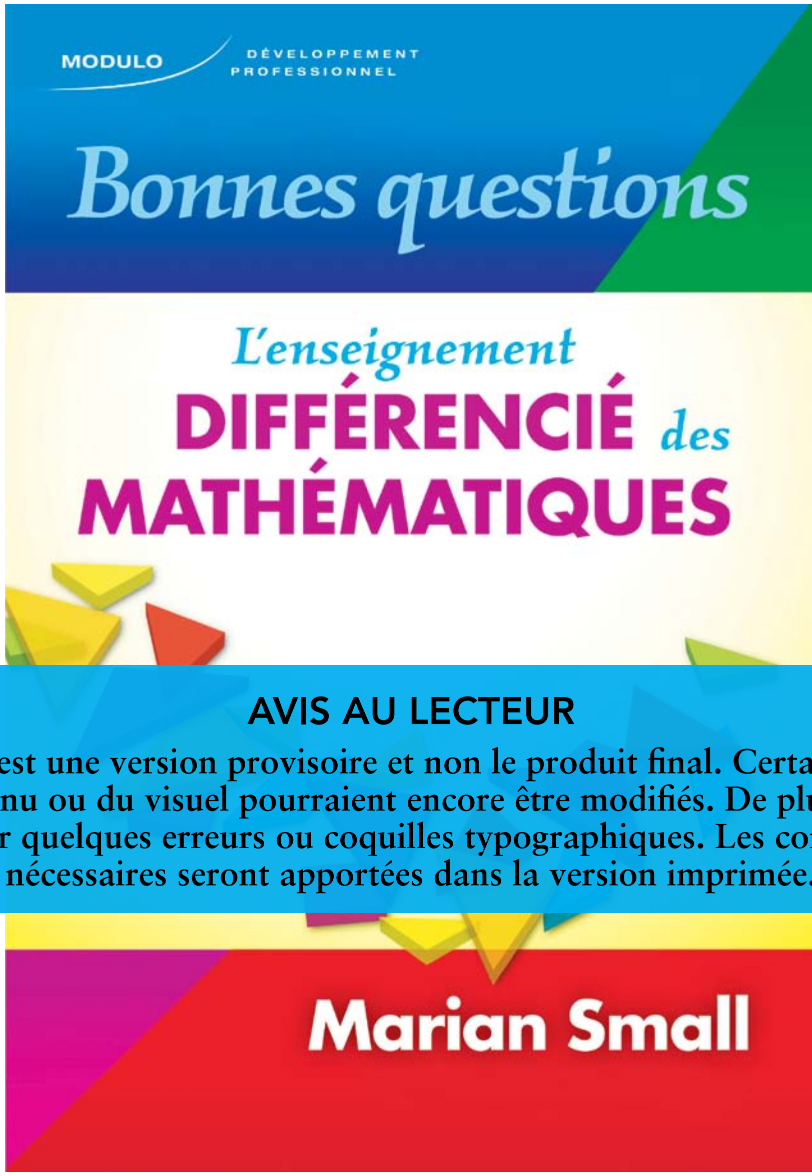
TIRÉ À PART – Chapitre 5

AUTOMNE 2013



AVIS AU LECTEUR

Cet extrait est une version provisoire et non le produit final. Certains éléments du contenu ou du visuel pourraient encore être modifiés. De plus, il peut subsister quelques erreurs ou coquilles typographiques. Les corrections nécessaires seront apportées dans la version imprimée.

Version française de *Good Questions*
Great Ways to Differentiate Mathematics Instruction
Second Edition

ISBN 978-2-89710-876-2

MODULO

5800, rue Saint-Denis, bureau 900
Montréal (Québec) H2S 3L5 Canada
Téléphone : 514 273-1066
Télécopieur : 514 276-0324 ou 1 800 814-0324
www.groupemodulo.com

Table des matières

5

Régularités et algèbre

LES ACTIVITÉS D'APPRENTISSAGE DIFFÉRENCIÉ liées aux régularités et à l'algèbre découlent de l'application des processus mathématiques – tels que décrits par le NCTM – en ce qui concerne la résolution de problèmes, le raisonnement, la communication, l'établissement de liens et la visualisation, et ce, aux objectifs relatifs aux régularités et à l'algèbre que prône cet organisme, notamment :

- comprendre les régularités, les suites, les relations et les fonctions ;
- représenter et analyser des situations et des structures mathématiques à l'aide de symboles algébriques ;
- utiliser des modèles mathématiques pour représenter et comprendre des relations quantitatives ;
- analyser le changement dans des contextes variés.

THÈMES

Un enseignant conscient de la façon dont ses élèves approfondissent leur compréhension des régularités et de l'algèbre, d'une tranche d'années d'études à l'autre, aura plus de facilité à différencier son enseignement de ce domaine mathématique. Cela est particulièrement important en ce qui concerne les régularités et l'algèbre, parce que la conception de la pensée algébrique s'est élargie au cours des dernières années.

Puisqu'elle représente les relations et le changement en général, la notion d'algèbre est utile aux élèves dès leurs premières années d'études, alors qu'ils établissent des relations additives entre les nombres et qu'ils résolvent des équations simples d'addition et de soustraction, puis plus tard alors qu'ils établissent des relations multiplicatives entre les nombres et résolvent des équations simples de multiplication et de division, et même encore plus tard alors qu'ils décrivent symboliquement les relations entre des nombres et résolvent des équations plus complexes.

Du préscolaire à la 2e année

Dans cette tranche d'années d'études, les élèves reconnaissent, décrivent et prolongent des suites simples de nombres et de figures. Ils se servent de stratégies comportant des régularités pour mémoriser plus facilement les opérations d'addition et de soustraction, et ils comptent par intervalles en guise de préparation au travail à venir sur les relations multiplicatives.

De la 3e année à la 5e année

Dans cette tranche d'années d'études, les élèves continuent de reconnaître, de décrire et de prolonger des suites numériques. Ils commencent aussi à réfléchir plus clairement aux **règles** qui sous-tendent les suites, à construire des diagrammes représentant des régularités et à établir des relations entre les régularités.

De la 6e année à la 8e année

Dans cette tranche d'années d'études, les élèves abordent l'algèbre traditionnelle. Ils utilisent des expressions, des équations et des formules qui correspondent tant à des situations numériques qu'à des situations authentiques. Ils évaluent des expressions contenant des variables et se servent de celles-ci plus régulièrement, parce qu'ils prennent conscience de la possibilité que deux expressions différentes soient équivalentes. Ils résolvent des équations simples et se servent de tables de valeurs pour mettre en relief des relations et résoudre des problèmes. De plus, ils analysent et résolvent des **systèmes d'équations**, mettent des **équations linéaires** en relation avec des types de situations problèmes et commencent à étudier la notion de fonction d'une manière plus structurée.

LES GRANDES IDÉES QUI SOUS-TENDENT LES RÉGULARITÉS ET L'ALGÈBRE

Voici les grandes idées autour desquelles on peut structurer les programmes d'études cohérents qui correspondent aux normes de contenu et aux processus mathématiques du NCTM (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) et qui soutiennent l'enseignement différencié.

- Un groupe d'éléments ne forme une suite que s'il comporte une répétition, ou régularité, qu'on peut décrire à l'aide d'une règle.
- Toute régularité, **expression algébrique**, relation ou équation peut être représentée d'une variété de manières.
- Les régularités sous-tendent de nombreuses notions relatives au nombre, à la géométrie et à la mesure.
- Une égalité est un énoncé d'équivalence, car ses deux membres sont censés représenter la même valeur.
- On peut utiliser des variables pour décrire des relations ou des inconnues.
- La comparaison de régularités ou de relations peut permettre de mieux comprendre d'autres régularités ou relations semblables.
- Une même expression ou équation algébrique peut être mise en relation avec diverses situations authentiques, et inversement.
- Parfois, mais pas toujours, connaître des renseignements limités sur une relation mathématique permet de prédire d'autres renseignements à propos de cette relation.

Les tâches présentées et les questions posées au cours de l'enseignement des régularités et de l'algèbre devraient consolider ces grandes idées. Les pages suivantes présentent plusieurs exemples d'utilisation des questions ouvertes et des tâches parallèles lors de l'enseignement différencié de ces grandes idées, d'une tranche d'années d'études à l'autre.

TABLE DES MATIÈRES DU CHAPITRE

TABLE DES MATIÈRES DU CHAPITRE	

QUESTIONS OUVERTES – DU PRÉSCOLAIRE À LA 2e ANNÉE

Les **QUESTIONS OUVERTES** possèdent une large portée et suscitent des réponses sensées chez des élèves de plusieurs stades de développement.

GRANDE IDÉE. Une égalité est un énoncé d'équivalence, car ses deux membres sont censés représenter la même valeur.

Écris trois égalités qui sont vraies et qui comportent l'addition, et trois égalités qui ne sont pas vraies et qui comportent l'addition.

Les élèves sont libres d'utiliser toutes les combinaisons d'additions avec lesquelles ils sont à l'aise. Peu importe leur choix, l'enseignant découvrira s'ils comprennent qu'une égalité représente une équivalence.

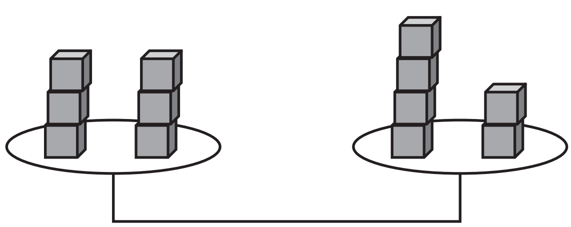
Certains élèves utiliseront des égalités simples et vraies comme 5 + 1 = 6 ; cependant, l'enseignant devrait encourager les élèves à utiliser des égalités comme 4 + 2 = 5 + 1 ou 4 + 2 = 7 – 1, s'ils sont prêts à le faire.

Les élèves devraient expliquer comment ils savent si l'égalité est vraie ou non, idéalement à l'aide d'un type quelconque de représentation.

Variantes. On peut modifier cette question en suggérant aux élèves de se servir d'énoncés de soustraction plutôt que d'addition.

Utilise une **balance à plateaux**. Place deux groupes de blocs sur chaque plateau de sorte que la balance soit en équilibre. Écris une égalité qui décrit ce que tu as fait.

La balance à plateaux constitue un excellent modèle pour représenter le concept d'égalité. Grâce à elle, les élèves peuvent voir plus facilement que les deux côtés (soit les deux membres de l'égalité) doivent être égaux.



Puisqu'ils peuvent choisir le nombre de blocs à placer sur chaque plateau de la balance, les élèves fourniront une gamme étendue de réponses ; la discussion de classe s'en trouvera plus fructueuse. Si les élèves qui désirent utiliser de grands nombres ont la possibilité de le faire, ceux qui ne sont encore à l'aise qu'avec des nombres plus simples peuvent aussi avoir du succès.

Si possible, l'enseignant devrait noter toutes les réponses de façon à encourager les généralisations. Par exemple, les élèves pourraient avoir écrit les égalités suivantes :

- 6 + 3 = 7 + 2
- 8 + 3 = 9 + 2
- 4 + 2 = 5 + 1

L'enseignant pourrait attirer l'attention des élèves sur le fait que, chaque fois que le premier nombre est plus grand de 1, le deuxième est plus petit de 1, puis en expliquer la raison.

GRANDE IDÉE. La comparaison de régularités ou de relations peut permettre de mieux comprendre d'autres régularités ou relations semblables.

> Tu cherches la valeur du nombre inconnu dans deux équations de soustraction différentes. Tu utilises une stratégie différente chaque fois. Quelles pourraient être les équations ?

Certains élèves se servant toujours de la même stratégie de retranchement ou procédant peut-être par essais et erreurs pourraient dire qu'ils n'utiliseraient jamais d'autre stratégie. Mais, quand on leur demande d'examiner cette question, ils prennent tout de même conscience de ce qu'ils font réellement.

D'autres élèves auront recours à des stratégies différentes selon les nombres utilisés. Par exemple, un élève pourrait résoudre 9 – 1 = ? en comptant à rebours à partir de 9, mais il pourrait résoudre 9 – 8 = ? en comptant dans l'ordre habituel à partir de 8. Les élèves pourraient approfondir la discussion à propos de la variété de leurs stratégies et des raisons pour lesquelles ils utilisent différentes démarches selon les situations.

Variantes. On peut modifier ce problème en abordant des équations d'addition plutôt que de soustraction. Sinon, les élèves pourraient suggérer des équations qu'ils croient résoudre de façon semblable, mais qui comportent des opérations différentes.

GRANDE IDÉE. Une même expression ou équation algébrique peut être mise en relation avec diverses situations authentiques, et inversement.

> Conçois deux histoires différentes que l'équation 5 + $\square$ = 9 pourrait décrire.

Au bout du compte, la véritable signification des mathématiques consiste à extraire des situations de leur contexte pour en voir la structure sous-jacente. L'équation 5 + $\square$ = 9 peut décrire des bonbons, des cartes de baseball, des personnes, de l'argent, etc. Mais toutes ces situations ont quelque chose en commun : il y avait d'abord 5 éléments, puis il y en a eu 9. La question est de savoir combien d'éléments ont été additionnés.

En demandant aux élèves de concevoir diverses histoires à partir d'une même équation, on met l'accent sur la structure sous-jacente qu'on veut leur révéler.

De plus, puisqu'ils peuvent concevoir leurs propres histoires, les élèves s'approprient le problème et le rendent ainsi significatif, à l'aide de contextes qui ont du sens pour eux.

Variantes. On peut mettre en évidence la même grande idée à l'aide d'équations comportant des nombres différents ou comportant la soustraction plutôt que l'addition.

GRANDE IDÉE. Parfois, mais pas toujours, connaître des renseignements limités sur une relation mathématique permet de prédire d'autres renseignements à propos de cette relation.

> Tu sais que $4 + 3 = \square$. Quelles autres équations sont nécessairement vraies si celle-ci est vraie ?

Certains élèves inverseront simplement l'équation et diront qu'ils savent que $\square = 4 + 3$. D'autres se fonderont sur la commutativité pour dire que $3 + 4 = \square$. D'autres encore iront plus loin et suggéreront que $4 + 4$ doit équivaloir à $\square + 1$ ou que $4 + 2$ doit correspondre à $\square - 1$.

De nombreux élèves s'en tiendront au premier niveau et se serviront simplement d'une représentation comme celle que l'on voit ci-dessous pour dire que le nombre inconnu doit être 7.

Bien que ces élèves n'aient pas répondu précisément à la demande d'examiner d'autres équations, leur réponse est acceptable puisqu'elle démontre leur compréhension de ce que signifie l'équation.

ASTUCE PÉDAGOGIQUE. Les élèves doivent réfléchir au fait qu'en mathématiques, la connaissance implicite de quelque chose peut souvent nous en apprendre beaucoup plus sur autre chose. D'une certaine façon, c'est là le cœur des mathématiques.

QUESTIONS OUVERTES – DE LA 3e ANNÉE À LA 5e ANNÉE

✷ **GRANDE IDÉE.** **Un groupe d'éléments ne forme une suite que s'il comporte une répétition, ou régularité, qu'on peut décrire à l'aide d'une règle.**

> Une suite commence par 4. Choisis une quantité à additionner à chaque terme afin d'obtenir le suivant. Indique ce que tu as remarqué à propos de ta suite et explique pourquoi cela se produit.

La question est ouverte puisque les élèves peuvent choisir n'importe quel nombre à additionner aux termes de la suite. Le plus intéressant est cependant ce qu'ils remarquent à propos de la suite.

Par exemple, un élève pourrait choisir d'additionner 4 à chaque terme de la suite, puis remarquer qu'il obtient la table de 4. Sinon, il pourrait décider d'additionner 1 à chaque terme et se rendre compte que c'est la même chose que de compter à partir de 4. Un autre pourrait choisir d'additionner 6 à chaque terme et remarquer que tous les nombres de la suite sont pairs. Un autre élève encore pourrait décider d'additionner 10 à chaque terme et remarquer que le chiffre des unités de chacun d'entre eux est 4. Ce sont les explications que donnent les élèves à propos de leur suite qui ont ici une importance mathématique.

> Une suite comprend le nombre 5. Quelle pourrait être cette suite ?

Cette question très ouverte permet aux élèves de concevoir une suite aussi simple ou aussi complexe qu'ils le souhaitent. Un bon nombre d'élèves concevront simplement une suite répétitive, telle que 2, 5, 2, 5, 2, 5, … ; d'autres pourraient concevoir une suite dont la **partie répétitive** comporte trois termes, par exemple, 2, 4, 5, 2, 4, 5, 2, 4, 5, … D'autres encore pourraient concevoir une **suite croissante**, comme 2, 3, 4, 5, …

Peu importe la suite qu'ils ont conçue, les élèves doivent pouvoir répondre à des questions telles que :

- Qu'est-ce qui fait que votre réponse est une suite ?
- Si vous changiez l'un des nombres, est-ce que ce serait encore une suite ?
- Comment pourriez-vous faire cela ?

> Une suite commence ainsi : 2, 6, … Comment pourrait-elle se prolonger ?

Les élèves pourraient trouver de nombreuses réponses. En voici quelques exemples.

2, 6, 10, 14, 18, …	2, 6, 11, 17, 24, …
2, 6, 3, 7, 4, 8, …	2, 6, 18, 54, …

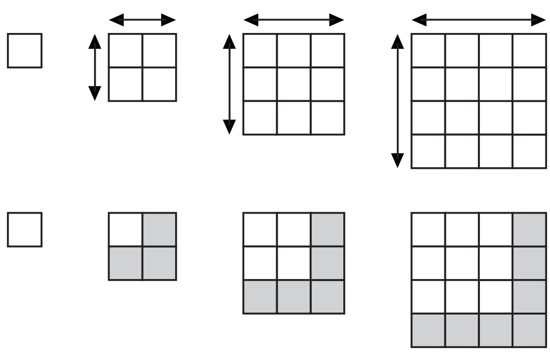
Variantes. On peut facilement modifier cette question en changeant les deux premiers nombres de la suite.

ASTUCE PÉDAGOGIQUE. Les façons de prolonger une suite varient tout autant quand on en donne les trois premiers termes que quand on en donne les deux premiers termes ; toutefois, il semble que les élèves soient moins portés à reconnaître cette variabilité lorsqu'on leur donne les trois premiers termes d'une suite. Par exemple, si on leur donne 1, 3, 5, la plupart des élèves prolongeront la suite en additionnant 2 à chaque terme, pour obtenir 7, 9, 11, ... Si on leur donne plutôt 1, 3, ils trouveront probablement plus de possibilités.

GRANDE IDÉE. Toute régularité, expression algébrique, relation ou équation peut être représentée d'une variété de manières.

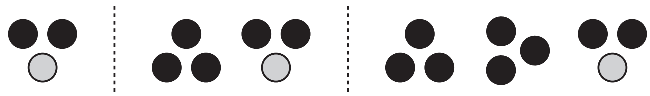
> Fais des dessins pour aider quelqu'un à prédire les quatre prochains termes de la suite 1, 4, 9, 16, …

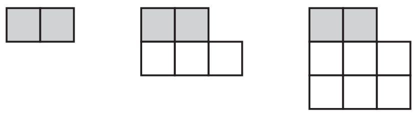
De nombreux élèves dessineront une représentation de la suite, mais certaines représentations seront plus utiles que d'autres pour en prédire les termes suivants. Voici deux démarches visuelles appropriées à la suite :



Le premier ensemble de dessins souligne que les nombres sont des produits de valeurs égales, tandis que le second montre que les valeurs augmentent chaque fois d'un nombre impair croissant. Il est utile aux élèves de voir la façon dont différentes représentations d'une même suite en soulignent différents aspects.

Variantes. Pour atteindre le même objectif, on peut utiliser la suite 1, 3, 6, 10, … On peut aussi employer une suite croissante simple, comme 2, 5, 8, … Dans le dernier cas, un élève pourrait représenter chaque terme sous la forme d'un ensemble de groupes de 3 éléments, mais en retirant un élément du dernier groupe de chaque ensemble. D'autres élèves pourraient représenter la suite en mettant l'accent sur son terme de départ, 2, et sur la régularité constituée par l'addition de 3 à chaque terme.





GRANDE IDÉE. Les régularités sous-tendent de nombreuses notions relatives au nombre, à la géométrie et à la mesure.

Indique deux régularités que tu vois dans cette table d'addition.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Cette question ouverte offre toute liberté aux élèves de déterminer les régularités de leur choix. Ils peuvent choisir des régularités très simples (par exemple, que les nombres de chaque rangée ou colonne augmentent de 1) ou plus complexes (par exemple, que les diagonales sud-ouest–nord-est sont toutes constituées du même nombre). Certains élèves pourraient même remarquer qu'il y a autant de 0 que de 18, de 1 que de 17, de 2 que de 16, et ainsi de suite. Puisque les élèves n'ont que deux régularités à trouver, ceux qui éprouvent des difficultés ne subissent pas trop de pression. Bien sûr, la discussion de classe permettra probablement d'aborder plus de deux régularités.

L'enseignant expliquera les mathématiques sous-jacentes à chaque régularité en fonction des connaissances préalables et de la progression de ses élèves.

Indique deux régularités que tu vois dans cette table de multiplication.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Cet exemple présente une table de multiplication comportant une rangée 0 (et une colonne 0). De nombreux enseignants l'utilisent à la place de celle qui commence à 1.

Cette question ouverte permet aux élèves d'opter pour les régularités de leur choix. Ils peuvent choisir des régularités très simples (par exemple, que les nombres de chaque rangée ou colonne augmentent du nombre indiqué dans l'en-tête correspondant) ou plus complexes (par exemple, que chaque rangée est constituée soit entièrement de nombres pairs, soit de nombres pairs et impairs, moitié-moitié).

ASTUCE PÉDAGOGIQUE. On peut expliquer mathématiquement bon nombre de régularités présentes dans des tables et des tableaux. Il est très utile de laisser les élèves tenter de trouver eux-mêmes certaines explications.

GRANDE IDÉE. La comparaison de régularités ou de relations peut permettre de mieux comprendre d'autres régularités ou relations semblables.

Dresse la liste des 5 premiers nombres d'une suite de ton choix et indiques-en la règle. Ensuite, conçois une autre suite différente de la première, mais qui lui ressemble beaucoup. Peux-tu prédire le 30e nombre de l'une des suites à partir du 30e nombre de l'autre suite ?

En demandant aux élèves de comparer des suites, l'enseignant obtient un aperçu précieux de leur compréhension des propriétés de celles-ci. Les élèves pourraient commencer par une suite comme 4, 6, 8, 10, 12, … , dont la règle est « Commencer par 4 et additionner 2 à chaque terme ». On peut concevoir une suite semblable en modifiant le terme de départ de la première suite, mais pas sa croissance, ou en modifiant la croissance de la première suite, mais pas son terme de départ.

Dans certains cas, il sera plus facile de prédire le 30e terme d'une suite à partir du 30e terme d'une autre suite. Par exemple, si les suites étaient :

- 4, 8, 12, 16, … et 5, 9, 13, 17, … , les élèves pourraient simplement additionner 1 à chaque terme de la première suite pour obtenir le terme correspondant de la deuxième suite ;
- 2, 4, 6, 8, … et 4, 8, 12, 16, … , les élèves pourraient simplement doubler chaque terme de la première suite pour obtenir le terme correspondant de la deuxième suite.

Certains élèves pourraient se lancer un plus grand défi. Par exemple, si les suites étaient :

- 4, 8, 12, 16, … et 6, 12, 18, 24, … , les élèves pourraient noter que multiplier chaque terme de la première suite par $\frac{3}{2}$ permet d'obtenir le terme correspondant de la deuxième suite ;
- 4, 8, 12, 16, … et 4, 7, 10, 13, … , certains élèves pourraient remarquer qu'on peut multiplier par $\frac{3}{4}$ chaque terme de la première suite et y additionner 1 pour obtenir le terme correspondant de la deuxième suite.

> Chaque terme d'une suite vaut toujours 1 de plus que le double du terme correspondant d'une autre suite. Quelles pourraient être ces deux suites ? Quelles seraient les ressemblances et les différences entre leurs graphiques ?

Les élèves qui répondent à cette question peuvent choisir la grandeur des nombres qu'ils utilisent. Ils peuvent employer des suites simples, telles que 1, 2, 3, 4, 5, … et 3, 5, 7, 9, 11, … , ou des suites comportant de plus grands nombres ou même des nombres décimaux, par exemple, 4,5 ; 5 ; 5,5 ; 6 ; 6,5 ; … et 10, 11, 12, 13, 14, …

Peu importe les valeurs choisies, la comparaison des graphiques montrera que la pente de la deuxième droite est plus inclinée que celle de la première, dans la mesure où la première suite constitue une progression arithmétique croissant de façon constante. Les élèves pourraient aussi remarquer que la croissance de la deuxième suite est toujours le double de celle de la première suite.

Voici quelques questions à poser aux élèves :

- Quelle suite pourrait comporter des nombres pairs ? Pourquoi seulement celle-là ?
- Quelle suite croît le plus vite ? Comment le savez-vous ?

QUESTIONS OUVERTES – DE LA 6e ANNÉE À LA 8e ANNÉE

GRANDE IDÉE. Toute régularité, expression algébrique, relation ou équation peut être représentée d'une variété de manières.

On peut décrire une suite numérique à l'aide d'une **table de valeurs**. Le premier nombre indique le rang qu'occupe le terme dans la suite et le deuxième, sa valeur. Par exemple, cette table de valeurs décrit la suite 2, 4, 6, 8, …

1	2	3	4	5	6
2	4	6	8	10	12

On peut tracer le graphique de cette table de valeurs ; l'**abscisse** correspond au rang du terme dans la suite et l'**ordonnée**, à sa valeur. Si le graphique d'une suite passe par le point (2, 3), quelle pourrait être la suite ?

Cette question renforce le concept selon lequel on peut décrire une régularité sous forme de liste, de table de valeurs ou de graphique. Elle suscite aussi de nombreuses réponses. Voici quelques exemples de suites trouvées par des élèves : 3, 3, 3, 3, … ; 1, 3, 5, … ; 5, 3, 1, −1, …

ASTUCE PÉDAGOGIQUE. Il faut familiariser les élèves avec les suites décroissantes. Souvent, l'enseignement met principalement l'accent sur les suites croissantes.

GRANDE IDÉE. Les régularités sous-tendent de nombreuses notions relatives au nombre, à la géométrie et à la mesure.

Tu colories des cases d'une grille de 100 pour former une lettre majuscule. Si tu additionnes les nombres que tu as coloriés, tu obtiens une somme entre 200 et 240. Quelle pourrait être la lettre ? Où pourrait-elle être située ?

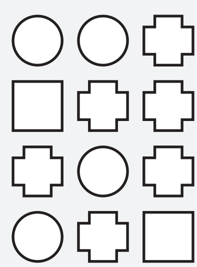
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	14	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Les élèves pourraient utiliser une lettre simple, comme un I, ou plus complexe, comme un T. Certains élèves répondront à la question de façon algébrique : par exemple, les valeurs que contient un I de 4 cases de haut sont n, $n + 10$, $n + 20$ et $n + 30$. D'autres élèves utiliseront plutôt une stratégie comportant surtout des nombres.

Pendant la discussion, les élèves qui n'ont pas utilisé de variables auront l'occasion d'apprendre de ceux qui en décriront l'utilisation.

GRANDE IDÉE. On peut utiliser des variables pour décrire des relations ou des inconnues.

On place sur une grille des copies de trois figures différentes. Chaque figure a une valeur différente. Ci-contre, on fournit la valeur totale de l'une des rangées et de l'une des colonnes. Quelle pourrait être la valeur de chacune des figures ?



Si la pensée algébrique les aidera à comprendre pourquoi le carré doit valoir 5, les élèves auront plus de latitude pour déterminer la valeur des autres figures. Par exemple, le cercle peut valoir 10 et la croix, 8 ; ou le cercle peut valoir 6 et la croix, 16.

Donner la valeur de toutes les rangées et de toutes les colonnes ne susciterait qu'une seule solution ; la question s'en trouverait moins ouverte. Les quelques contraintes et la latitude que comporte cette question, dans son état actuel, la rendent accessible à un grand nombre d'élèves.

> La valeur d'une expression comportant la variable k est de 10 lorsque $k = 4$. Quelle pourrait être l'expression ?

Cette question très ouverte suscite de nombreuses réponses, des plus simples aux plus complexes. Voici quelques expressions possibles : $k + 6$, $2k + 2$, $14 - k$, $10k \div 4$, $2k^2 - 5k - 2$, et ainsi de suite. Il pourrait être utile aux élèves de distinguer les expressions qui sont toujours équivalentes (par exemple, $k + 6$ et $2 + k + 4$) de celles qui ne le sont que parfois (par exemple, $k + 6$ et $14 - k$).

Variantes. On peut facilement adapter cette question en modifiant la valeur de départ, la valeur d'arrivée ou les deux valeurs.

ASTUCE PÉDAGOGIQUE. On demande souvent aux élèves d'évaluer une expression selon la valeur donnée d'une variable. Les questions où on leur demande de concevoir une expression selon une combinaison donnée de valeurs de départ et de valeurs d'arrivée conviennent davantage à l'enseignement différencié.

> Si $s = 4$ et $t = 5$, ces énoncés sont vrais :
>
> $3(s + t) = 27 \qquad 2s + 3t = 23 \qquad 2t - 2s = 2$
>
> Choisis les valeurs de p et de q. Écris trois énoncés vrais à l'aide de ces variables. Demande à un camarade ou une de déterminer tes valeurs.

Puisque les élèves peuvent choisir les valeurs de p et de q et concevoir les équations, même ceux qui éprouvent des difficultés pourront participer. Par exemple, l'un de ces élèves pourrait choisir des valeurs comme $p = 1$ et $q = 2$, puis concevoir des équations comme $p + q = 3$, $q - p = 1$ et $p - 1 = 0$.

L'élève qui doit déterminer la valeur des variables à partir d'un ensemble d'énoncés conçu par un camarade de classe doit d'abord choisir l'énoncé par lequel il vaut mieux commencer. Dans l'exemple du paragraphe précédent (l'ensemble d'énoncés conçu par un élève éprouvant des difficultés), il est plus facile de commencer par la dernière équation parce qu'elle ne comprend qu'une seule variable.

Conçois deux équations qui comportent des variables et qui sont toujours vraies. Ensuite, conçois deux autres équations qui comportent des variables et qui ne sont vraies que dans certains cas.

Les élèves doivent apprendre les différentes façons d'utiliser les équations. Parfois, les équations décrivent une relation très précise : par exemple, $n + 5 = 10$ seulement lorsque $n = 5$. D'autres fois, elles décrivent des relations plus larges ; par exemple, l'équation $n + 5 = 5 + n$ est vraie pour toutes les valeurs de n et décrit une propriété de base des nombres.

On peut aborder cette tâche ouverte de multiples manières. En guise d'équation qui est toujours vraie, un élève pourrait écrire une équation très simple, comme $n = n$ ou $2 \times n = n + n$, ou plus complexe, par exemple $(2 \times n) + (3 \times n) = 5 \times n$.

GRANDE IDÉE. La comparaison de régularités ou de relations peut permettre de mieux comprendre d'autres régularités ou relations semblables.

Une fonction est presque linéaire, mais pas tout à fait. Conçois une table de valeurs qui montre ce que pourrait être cette fonction.

Cette question veut susciter une discussion variée sur ce qui fait qu'une fonction est linéaire. Certains élèves traceront une droite, la « déplaceront » un peu, puis se serviront de leur graphique pour remplir leur table de valeurs. D'autres sauront que, dans une fonction linéaire, les valeurs de y (ordonnées) croissent ou décroissent de façon constante selon une variation fixe des valeurs de x (abscisses) ; ces élèves pourraient concevoir la table de valeurs d'une fonction linéaire puis ajuster quelques-unes de ces valeurs.

Certains élèves pourraient croire qu'une fonction dont les valeurs de y (ordonnées) ne sont pas des nombres entiers n'est pas linéaire. Bien sûr, ce n'est pas le cas ; toutefois cette question permet d'aborder cette idée fausse.

GRANDE IDÉE. Parfois, mais pas toujours, connaître des renseignements limités sur une relation mathématique permet de prédire d'autres renseignements à propos de cette relation.

Deux nombres inconnus, x et y, sont positifs. La seule chose que tu sais de ces nombres est que $2x + y = 9$.

À propos de ces nombres,

- dis une chose dont tu sais qu'elle est vraie ;
- dis une chose dont tu sais qu'elle est fausse ;
- dis une chose dont tu n'es pas certain ou certaine.

Cette tâche permet de présenter l'usage des systèmes d'équations linéaires de façon non contraignante. Les élèves comprendront qu'on peut tirer des conclusions d'une relation entre deux variables – comme celle donnée ici –, même si la valeur des variables n'est pas encore établie.

Par exemple, un élève sait que $2x + y$ n'égale pas 10 ou que $2x + y + 1 = 10$. Il sait aussi que, si y est un nombre naturel, la valeur de l'expression doit être impaire. L'élève ne peut être certain ni de la valeur précise de x et de y ni de la variable dont la valeur est la plus grande.

On peut inciter les élèves à tracer le graphique de la relation pour les aider à déterminer ce qu'ils savent et ce qu'ils ignorent.

Une droite passe par l'origine. Les points (4, 5) et (8, 10) se situent tous deux sur cette droite. Le point (x, y) se trouve aussi sur cette droite. Que sais-tu de la valeur de x et de y ?

Les élèves pourraient répondre à cette question de différentes façons. Certains élèves pourraient constater que, puisque la droite passe par l'origine et possède une pente de $\frac{5}{4}$, la valeur de x (l'abscisse) correspond toujours à $\frac{4}{5}$ de la valeur de y (l'ordonnée) ; d'autres pourraient remarquer que la valeur de x (l'abscisse) croît de 4 et que la valeur de y (l'ordonnée) croît de 5, et prolonger cette régularité. D'autres encore pourraient simplement suggérer que la valeur de x (l'abscisse) est plus petite que celle de y (l'ordonnée) – ce qui, en fait, est uniquement vrai lorsque les valeurs sont positives.

Voici quelques questions qu'on pourrait poser aux élèves :

- Selon vous, le point (16, 10) se trouve-t-il sur la droite ? Pourquoi ?
- Selon vous, quelle est la valeur de y (l'ordonnée) quand $x = 3$? Pourquoi ?
- Si la valeur de x (l'abscisse) croît de 20, de combien la valeur de y (l'ordonnée) augmentera-t-elle, à votre avis ? Pourquoi ?

TÂCHES PARALLÈLES – DU PRÉSCOLAIRE À LA 2e ANNÉE

Les **TÂCHES PARALLÈLES** sont des ensembles d'au moins deux tâches connexes qui explorent la même grande idée, mais qui sont conçues pour répondre aux besoins d'élèves de différents stades de développement. Le contexte des tâches est suffisamment semblable pour que tous les élèves participent pleinement à la même discussion de suivi.

GRANDE IDÉE. La comparaison de régularités ou de relations peut permettre de mieux comprendre d'autres régularités ou relations semblables.

Tâche 1 : Laquelle de ces équations n'est pas à sa place ?

$5 + \square = 10$ $\quad$ $14 = 9 + \square$ $\quad$ $8 + \square = 14$

Tâche 2 : Laquelle de ces équations n'est pas à sa place ?

$36 + \square = 55$ $\quad$ $48 = 29 + \square$ $\quad$ $28 + \square = 48$

Demander aux élèves quelle équation n'est pas à sa place constitue un moyen de les inciter à examiner différents aspects des équations. Le fait que les élèves peuvent choisir des réponses différentes pour diverses raisons rend cette tâche particulièrement intéressante.

Dans chaque cas, un élève pourrait affirmer que la première équation n'est pas à sa place parce que les deux autres partagent au moins une valeur commune. Un autre élève pourrait indiquer que la dernière équation n'est pas à sa place parce que la résolution des deux premières donne la même valeur inconnue. Un autre élève encore pourrait dire que l'équation du centre n'est pas à sa place parce qu'elle est la seule dont le membre de gauche ne comporte qu'un seul nombre, plutôt que deux.

La grandeur des nombres utilisés est ce qui distingue ces deux questions. Dans chaque cas, l'enseignant devrait bien sûr demander aux élèves de justifier leur réponse et les inciter à vérifier s'ils auraient pu répondre autre chose.

GRANDE IDÉE. Une même expression ou équation algébrique peut être mise en relation avec diverses situations authentiques, et inversement.

Tâche 1 : Décris deux situations que l'équation $10 - 2 = \square$ pourrait représenter.

Tâche 2 : Décris deux situations que l'équation $75 - 25 = \square$ pourrait représenter.

Chacune de ces tâches amène les élèves à comprendre qu'on peut décrire différentes situations authentiques à l'aide de la même équation. L'une d'elles convient mieux aux élèves qui sont capables de travailler avec des nombres plus grands que 20, alors que l'autre convient mieux aux élèves qui s'adaptent encore aux relations simples d'addition et de soustraction.

Si un élève souhaite réfléchir à l'usage de la monnaie, les nombres choisis lui permettent de le faire. La soustraction possède plusieurs sens ; en conséquence, un même contexte pourrait illustrer des sens différents. Par exemple, 10 – 2 pourrait illustrer le retranchement (manger 2 biscuits sur 10 et déterminer combien il en reste) ou la comparaison (comparer combien une personne possédant 10 biscuits en a de plus que celle qui en possède 2).

Voici quelques questions qui conviennent aux élèves qui ont effectué l'une ou l'autre tâche :

- Qu'est-ce qui fait que les situations conviennent à votre équation ?
- Pourriez-vous parler de la monnaie dans l'une de vos situations ? Quel type d'histoire ce serait ?
- Quelles sont les ressemblances entre vos situations ? Quelles sont les différences ?

GRANDE IDÉE. Parfois, mais pas toujours, connaître des renseignements limités sur une relation mathématique permet de prédire d'autres renseignements à propos de cette relation.

Tâche 1 : Quelles autres équations disent la même chose que celle-ci ?

$$32 + \square = 51$$

Tâche 2 : Quelles autres équations disent la même chose que celle-ci ?

$$8 + \square = 11$$

Ces deux tâches amènent les élèves à réfléchir à la signification d'une équation et à la façon de déterminer la valeur de son inconnue. Là encore, l'une des tâches convient mieux aux élèves qui sont capables de travailler avec des nombres plus grands que 20, alors que l'autre convient mieux aux élèves qui s'adaptent encore aux relations simples d'addition et de soustraction.

Les élèves pourraient répondre de plusieurs façons. Ils pourraient écrire les additions sous forme de soustractions. Ils pourraient représenter l'équation à l'aide d'un plus grand nombre de parties, par exemple en écrivant l'équation $8 + \square = 11$ sous la forme $5 + 3 + \square = 11$. Ils pourraient aussi additionner la même quantité aux deux membres de l'équation, en écrivant par exemple $9 + \square = 12$ dans le cas de la ***tâche 2***.

Voici quelques questions que pourrait poser l'enseignant à tous les élèves :

- Que signifie votre équation initiale ?
- Est-ce que le nombre manquant représente une grande ou une petite quantité ?
- Comment modifieriez-vous l'équation si le premier nombre valait 1 de moins ?

ASTUCE PÉDAGOGIQUE. En présence de possibilités numérotées, l'option « la plus simple » devrait parfois constituer la ***tâche 1***, et parfois la ***tâche 2***. Si la tâche la plus simple n'est pas nécessairement la première, les élèves devront envisager les deux possibilités avant d'en choisir une.

TÂCHES PARALLÈLES – DE LA 3e ANNÉE À LA 5e ANNÉE

GRANDE IDÉE. Un groupe d'éléments ne forme une suite que s'il comporte une répétition, ou régularité, qu'on peut décrire à l'aide d'une règle.

Tâche 1 : Conçois trois suites différentes dans lesquelles le nombre 40 est le 4e, le 5e ou le 6e terme.

Tâche 2 : Conçois trois suites croissantes différentes dans lesquelles le nombre 40 est le 4e, le 5e ou le 6e terme.

Pour rendre une tâche complexe accessible à un plus grand nombre d'élèves, on en supprime une restriction. Les élèves qui optent pour la ***tâche 1*** pourraient se servir d'une combinaison de suites répétitives et croissantes ou décroissantes, ou même uniquement de suites répétitives.

La ***tâche 2***, pourtant plus complexe, est elle aussi relativement ouverte. Un élève pourrait se servir d'une suite comme 10, 20, 30, 40, … pour commencer sa recherche d'autres suites dont 40 serait le 5e ou le 6e terme. Les suites 8, 16, 24, 32, 40, … et 10, 16, 22, 28, 34, 40, … constituent des possibilités.

Pour considérer 40 comme le 4e terme d'une suite, l'élève peut simplement diviser 40 par 4, obtenir 10 et se rendre compte que la suite 10, 20, 30, 40, … fonctionne. Pour considérer 40 comme le 5e terme d'une suite, l'élève peut utiliser une démarche semblable en divisant 40 par 5, ce qui donnerait 8, 16, 24, 32, 40, … Toutefois, la division de 40 par 6 donne un reste. L'élève devrait donc comprendre que, plutôt qu'écrire 6, 12, 18, 24, 30, 36, …, il doit additionner le reste (4) à chaque terme, ce qui lui donnera 10, 16, 22, 28, 34, 40, …

Fait intéressant, l'aptitude à effectuer des multiplications ou des divisions est très utile ici, même si on ne fait aucune mention de ces opérations.

L'enseignant pourrait poser les questions suivantes à tous les élèves :

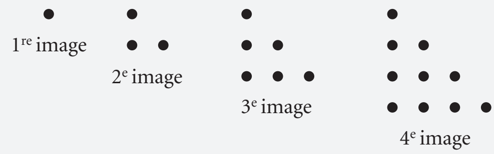
- Par quoi commence votre suite ?
- Comment se prolonge-t-elle ?
- Quelle est la règle de votre suite ?
- Comment vous y êtes-vous pris pour placer 40 au 4e rang de votre suite ?

Variantes. On peut adapter ces tâches en modifiant la valeur du nombre à placer dans les suites, son rang ou ces deux éléments.

GRANDE IDÉE. Toute régularité, expression algébrique, relation ou équation peut être représentée d'une variété de manières.

Tâche 1 : Dans un groupe, chaque personne échange une poignée de main avec chaque autre personne une seule fois. Combien de poignées de main seront échangées s'il y a 3 personnes ? 4 personnes ? 11 personnes ?

Tâche 2 : On représente les nombres triangulaires en disposant des points pour former une suite de triangles. Combien y aura-t-il de points dans la 10^{e} image ?



Certains élèves auront davantage de plaisir à reproduire par le jeu le problème des poignées de main qu'à dessiner les points. D'autres préféreront probablement dessiner les points de façon autonome ou dénombrer les poignées de main mathématiquement.

Il s'avère que les suites explorées dans ces deux tâches sont identiques (c'est-à-dire 1, 3, 6, 10, 15, …) et que le nombre de poignées de main que s'échangent 11 personnes est le même que celui des points dans la 10^{e} image.

La discussion de groupe portant sur les problèmes révélera aux élèves la façon dont la même suite régit des situations très différentes. L'enseignant peut poser les questions suivantes aux deux groupes d'élèves :

- Comment avez-vous déterminé votre nombre ?
- Avez-vous remarqué une régularité ? Quelle était cette régularité ?
- Quel était le 4^{e} terme de votre suite ? Comment l'avez-vous trouvé ?
- Quel était le 6^{e} terme de votre suite ?
- Pourquoi les nombres de la suite augmentent-ils toujours de quantités différentes ?

GRANDE IDÉE. Les régularités sous-tendent de nombreuses notions relatives au nombre, à la géométrie et à la mesure.

Rébecca et Étienne auront-ils le même nombre d'autocollants à un moment ou à un autre ? Combien d'autocollants auraient-ils alors ?

Tâche 1 : Étienne a 30 autocollants, et Rébecca en a 12. Étienne donne 3 autocollants à la fois à Rébecca.

Tâche 2 : Étienne a 50 autocollants, et Rébecca en a 10. Étienne donne 5 autocollants à la fois à Rébecca.

Les deux tâches proposées sont semblables ; chacune nécessite de compter dans l'ordre habituel et à rebours. Les élèves optant pour la **tâche 2** auront probablement plus de facilité à compter les autocollants. Dans les deux cas, les élèves peuvent concevoir une suite pour résoudre le problème. Dans le cas de la **tâche 2**, par exemple, cette suite décrit le nombre d'autocollants d'Étienne : 50, 45, 40, 35, … ; et la suivante décrit celui de Rébecca : 10, 15, 20, 25, … Pour résoudre le problème, il faut déterminer le moment où deux termes, un dans chaque suite, auront la même valeur.

Peu importe la tâche choisie, l’enseignant peut poser les questions suivantes :

- Combien d’autocollants chacun des enfants avait-il après le premier échange ? Après le deuxième échange ?
- Comment saviez-vous que le nombre d’autocollants d’Étienne continuerait de diminuer et que celui de Rébecca continuerait d’augmenter ? De combien ?

Variantes. On peut modifier les valeurs que proposent les deux tâches.

ASTUCE PÉDAGOGIQUE. Si un problème semblable à celui-ci convient parfaitement aux élèves de la 3^{e} année à la 5^{e} année, il pourrait aussi convenir aux élèves plus âgés ; ceux-ci pourraient utiliser l’équation $50 - 5x = 10 + 5x$ pour résoudre la ***tâche 2***.

Choisis un animal et une grandeur de grille carrée. Écris chaque lettre du nom de l’animal dans une case de la grille, de gauche à droite et de haut en bas. Remplis la grille, comme dans l’exemple ci-contre :

C	H	E	V
A	L	C	H
E	V	A	L
C	H	E	V

Tâche 1 : Prédis quelle lettre tu écriras en dernier si tu as une grille de 6 sur 6. Vérifie ta prédiction. Explique la façon dont tu peux faire cette prédiction.

Tâche 2 : De quelle grandeur de grille as-tu besoin pour t’assurer que la première lettre du nom de l’animal sera dans la dernière case de la grille ?

Il n’est pas nécessairement évident que ces deux tâches portent sur la divisibilité. Si la lettre V du mot CHEVAL se retrouve dans la dernière case de la grille de 4 sur 4, c’est que celle-ci comporte 16 cases et que le mot CHEVAL a 6 lettres. Puisqu’il reste 4 lorsqu’on divise 16 par 6, la 4^{e} lettre du mot CHEVAL apparaît la dernière dans la grille. Pour résoudre la ***tâche 2***, les élèves devront généraliser cette idée afin de constater qu’il faut trouver un nombre carré dont la division par le nombre de lettres que comporte le nom de l’animal donne un reste de 1. Par exemple, pour un nom d’animal de 5 lettres, on aurait besoin d’une grille de 4 sur 4 ou de 6 sur 6 ; toutes deux possèdent une case de plus qu’un multiple de 5.

On peut poser des questions comme les suivantes aux deux groupes d’élèves :

- Quel nom d’animal avez-vous utilisé ?
- Pourquoi le nombre de lettres du nom de votre animal a-t-il de l’importance ?
- Comment avez-vous prédit la bonne grandeur de grille ?
- En quoi votre réponse serait-elle différente si la grille avait une rangée de plus que son nombre de colonnes ?

GRANDE IDÉE. Une même expression ou équation algébrique peut être mise en relation avec diverses situations authentiques, et inversement.

Tâche 1 : L'équation 7 × □ = 294 décrit deux situations différentes. Quelles pourraient être ces situations ?

Tâche 2 : L'équation 31 × □ = 744 décrit deux situations différentes. Quelles pourraient être ces situations ?

Chacune de ces tâches amène les élèves à réaliser que la même équation peut décrire différentes situations authentiques. L'une de ces tâches convient mieux aux élèves qui ne sont à l'aise d'effectuer des multiplications que si l'un des facteurs a un chiffre ; l'autre requiert l'aptitude à multiplier deux facteurs à deux chiffres. La multiplication possède plusieurs sens ; en conséquence, un même contexte pourrait illustrer des sens différents. Par exemple, 7 × □ = 294 pourrait illustrer des groupes équivalents (par exemple, 7 groupes comportant le même nombre d'élèves) ou une comparaison multiplicative (par exemple, la troupe de théâtre d'Alain compte 7 fois plus d'acteurs que celle de Suzanne).

Voici quelques questions appropriées aux deux tâches :

- Qu'est-ce que le signe de la multiplication vous indique à propos de la situation ?
- Est-ce que le nombre inconnu est plus grand ou plus petit que 20 ? Comment le savez-vous ?
- Dans votre situation, que représente le premier nombre de l'équation ?
- Dans votre situation, que représente le nombre du membre de droite de l'équation ?
- Est-ce que la valeur inconnue a du sens dans votre situation ?

TÂCHES PARALLÈLES – DE LA 6e ANNÉE À LA 8e ANNÉE

GRANDE IDÉE. Les régularités sous-tendent de nombreuses notions relatives au nombre, à la géométrie et à la mesure.

Tâche 1 : Construis des figures sur un géoplan. Chacune doit comporter le nombre de chevilles qu'indique une rangée des tableaux ci-dessous, tant sur son contour qu'à l'intérieur. Ensuite, calcule l'aire des figures. Trace le graphique de la variable qui change par rapport à l'aire. Que remarques-tu ?

Contour	Intérieur	Aire
3	0	
3	1	
3	2	
3	3	

Contour	Intérieur	Aire
3	1	
4	1	
5	1	
6	1	

*(La **tâche 2** se trouve sur la page suivante.)*

Tâche 2 : Construis des triangles sur un géoplan. Chacun doit comporter les longueurs de base et les hauteurs qu'indique une rangée des tableaux ci-dessous. Ensuite, calcule l'aire des triangles. Trace le graphique de la variable qui change par rapport à l'aire. Que remarques-tu ?

Base	Hauteur	Aire
4	1	
4	2	
4	3	
4	4	

Base	Hauteur	Aire
4	2	
5	2	
6	2	
7	2	

Certains élèves trouveront que la ***tâche 2*** est d'un abord plus facile que la ***tâche 1*** parce que la façon de construire les figures demandées est plus claire et qu'il est plus facile d'en calculer l'aire.

Si cette tâche se trouve dans ce chapitre plutôt que dans celui qui porte sur la mesure, c'est en raison de l'accent mis sur sa nature fonctionnelle. Dans chaque cas, les élèves observeront une relation linéaire puisque l'une des variables de la situation géométrique demeure constante. Dans la ***tâche 1***, la règle de correspondance qui met en relation le nombre de chevilles à l'intérieur d'une figure avec son aire est $A = I + \frac{1}{2}$; et la règle de correspondance qui met en relation le nombre de chevilles sur le contour d'une figure avec son aire est $A = \frac{C}{2}$. Dans la ***tâche 2***, la règle de correspondance qui met en relation la hauteur avec l'aire est $A = 2h$; et la règle de correspondance qui met en relation la longueur de la base avec l'aire est $A = b$. Chaque fois qu'ils tracent le graphique d'une relation, les élèves obtiennent une droite dont ils pourraient interpréter la pente.

Voici quelques questions à poser aux élèves au sujet des deux tâches :

- Quelles sont les ressemblances entre vos deux types de graphiques ? Quelles sont les différences ?
- Que vous indique la pente du graphique ?
- Pourquoi cette pente-là a-t-elle une signification pour vous ?

✷ GRANDE IDÉE. On peut utiliser des variables pour décrire des relations ou des inconnues.

Tâche 1 : Choisis une position sur la grille de 100. Décris comment te déplacer vers les nombres qui se trouvent à :

31 de moins 37 de plus 18 de plus

Tâche 2 : Tu te trouves sur une case nommée *c* sur la grille de 100. Décris les positions suivantes en fonction de *c* :

31 de moins que *c* 37 de plus que *c* 18 de plus que *c*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Si ces deux tâches font appel au même raisonnement, une seule d'entre elles requiert l'utilisation d'une variable. Lors de la discussion commune, les élèves qui peinent à utiliser des variables pourront se familiariser avec des raisonnements semblables aux leurs, mais comportant des variables.

Voici quelques questions à poser aux deux groupes d'élèves :

- En quoi est-ce que le nombre change lorsque vous vous déplacez à la position située juste au-dessus de la vôtre ? À la position située juste au-dessous de la vôtre ?
- En quoi est-ce que le nombre change lorsque vous vous déplacez d'une position vers la gauche ? D'une position vers la droite ?
- Comment peut-on se rendre au nombre qui est situé à 31 de moins ? À 37 de plus ? À 18 de plus ?

Une entreprise de lavage de fenêtres pratique un taux fixe de 5 $, plus 3 $ la fenêtre.

Tâche 1 : Combien quelqu'un paierait-il de plus pour faire laver 35 fenêtres plutôt que 24 fenêtres ?

Tâche 2 : Est-il possible que quelqu'un paie exactement 87 $ pour faire laver ses fenêtres ? Explique ta réponse.

Pour répondre à ces deux questions, les élèves doivent utiliser la relation présentée dans la description du problème. Dans la ***tâche 1***, ils appliquent simplement la règle pour déterminer la sortie (le prix) correspondant à une entrée donnée (le nombre de fenêtres). Cette tâche est un peu plus simple que la ***tâche 2***, dans laquelle les élèves peuvent déterminer si le prix final est sensé à l'aide du raisonnement ou de l'algèbre. Ceux qui ont un bon sens des nombres pourraient se rendre rapidement compte que, puisque 87 est un multiple de 3, ce nombre ne peut pas valoir 5 de plus qu'un multiple de 3 ; par conséquent il est impossible que quelqu'un paie exactement 87 $ pour faire laver ses fenêtres.

Ordonne ces valeurs de la plus petite à la plus grande. Est-ce que ton ordre sera le même peu importe la valeur de n? Explique ta réponse.

Tâche 1:	$\frac{n}{2}$	$3n$	n^2	$3n + 1$	$10 - n$	
Tâche 2:	$4n$	$3n$	$10n$	$3n + 1$	$5n + 2$	$-n$

Les élèves doivent comprendre le rôle que joue une variable dans la description d'une relation. Certains élèves tiendront uniquement compte des nombres naturels et devraient être incités à prendre en considération les nombres négatifs ou les fractions. Les élèves peuvent utiliser une variété de stratégies pour en arriver à une conclusion. Par exemple, ils pourraient ordonner leurs valeurs à l'aide d'une combinaison de raisonnement, de représentations visuelles et de **substitution**. La ***tâche 1*** pose un plus grand défi parce qu'elle comporte une gamme plus variée de types de relations.

Les questions suivantes conviennent aux élèves qui ont choisi l'une ou l'autre de ces tâches:

- Supposez que $n = 0$. Est-ce que votre ordre changerait?
- Supposez que $n = -1$. Est-ce que votre ordre changerait?
- Comment savez-vous que $3n < 3n + 1$, peu importe la valeur de n?

RÉCAPITULATION

MES QUESTIONS ET MES TÂCHES

Objectif de la leçons: **Année d'études:** ______

Notions à l'étude:

Grande idée sous-jacente:

Question ouverte:

Tâches parallèles:

Tâche 1:

Tâche 2:

Principes fondamentaux:

- Toute question ouverte doit admettre de bonnes réponses correspondant à divers stades de développement.
- Les variantes que comportent les tâches parallèles doivent favoriser la réussite des élèves qui éprouvent des difficultés et stimuler les élèves compétents.
- La façon dont les questions et les tâches sont élaborées doit permettre à tous les élèves de participer aux discussions de suivi.

Le présent chapitre explore les 8 grandes idées qui sous-tendent le domaine des régularités et de l'algèbre au moyen d'environ 35 exemples de questions ouvertes et de tâches parallèles – et de leurs variantes. Par leur conception, les exemples pédagogiques fournis soutiennent l'enseignement différencié destiné à des élèves de différents stades de développement, dans trois tranches distinctes d'années d'études: du préscolaire à la 2e année, de la 3e année à la 5e année et de la 6e année à la 8e année.

Les questions et les tâches présentées dans ce chapitre ne constituent que quelques exemples qui peuvent servir à différencier l'enseignement dans le domaine des régularités et de l'algèbre. Bon nombre de nouvelles idées viennent naturellement à l'esprit. Par exemple, on peut demander aux élèves de chercher des régularités dans d'autres formes de tableaux ou de grilles, ou choisir d'autres termes de départ pour les suites; les élèves pourraient aussi trouver d'autres moyens de décrire les relations. Le modèle pratique que constitue le formulaire présenté ici peut servir à la conception de questions ouvertes et de tâches parallèles personnalisées. L'appendice du présent ouvrage contient un formulaire vierge, de pleine dimension, ainsi que des conseils sur la façon d'utiliser celui-ci pour concevoir du matériel pédagogique personnalisé.