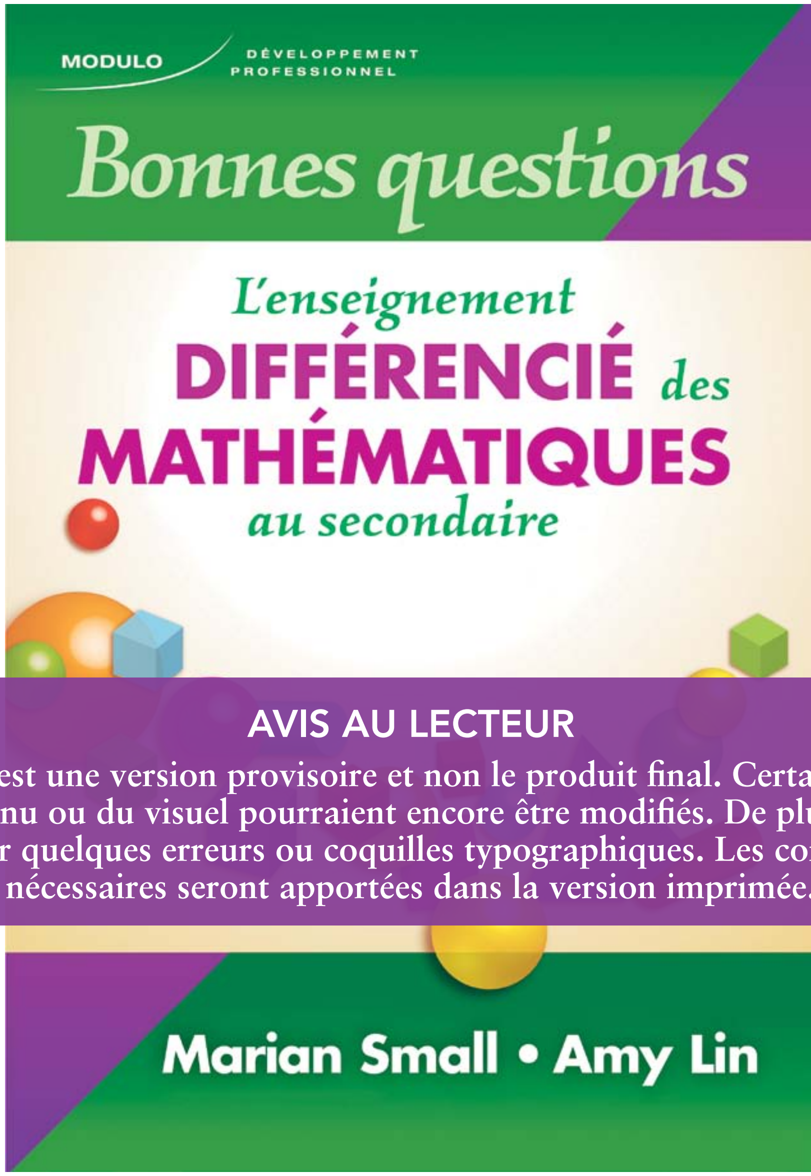
TIRÉ À PART – Chapitre 1

AUTOMNE 2013



AVIS AU LECTEUR

Cet extrait est une version provisoire et non le produit final. Certains éléments du contenu ou du visuel pourraient encore être modifiés. De plus, il peut subsister quelques erreurs ou coquilles typographiques. Les corrections nécessaires seront apportées dans la version imprimée.

Version française de *Good Questions*
Great Ways to Differentiate Mathematics Instruction

ISBN 978-2-89710-877-9

MODULO

5800, rue Saint-Denis, bureau 900
Montréal (Québec) H2S 3L5 Canada
Téléphone : 514 273-1066
Télécopieur : 514 276-0324 ou 1 800 814-0324
www.groupemodulo.com

Table des matières

1

Pourquoi et comment différencier l'enseignement des mathématiques

DANS TOUTE SALLE DE CLASSE, les élèves possèdent de multiples caractéristiques qui leur sont propres ; mais l'enseignant ne pourra raisonnablement tenir compte que d'une partie d'entre elles dans la planification de son enseignement. Certaines différences seront de nature cognitive – par exemple, les habiletés et les concepts préalables auxquels les élèves peuvent faire appel. D'autres différences auront davantage trait à leurs préférences et à leur style d'apprentissage, notamment l'approche (auditive, visuelle ou kinesthésique) selon laquelle chaque élève apprend le mieux ; la présence ou l'absence de comportements tels que la persistance ou la curiosité ; et les champs d'intérêt.

LE DÉFI DES CLASSES DE MATHÉMATIQUES

Si plusieurs enseignants d'autres matières permettent parfois à leurs élèves de mener des projets de leur choix, il est beaucoup moins probable que les enseignants de mathématiques varient le matériel avec lequel leurs élèves doivent travailler. Fréquemment, l'enseignement des mathématiques sera destiné à l'ensemble des élèves et reposera sur un objectif d'apprentissage circonscrit par un programme d'études et présenté dans un manuel. Les enseignants soutiendront les élèves qui ont besoin d'aide supplémentaire pendant que les autres travailleront de manière autonome. Peut-être cela se produit-il parce que l'idée d'un **enseignement différencié** des mathématiques est relativement nouvelle. Il est aussi possible que les enseignants n'aient jamais été formés à saisir réellement jusqu'à quel point les élèves diffèrent dans leur compréhension des mathématiques. Toutefois, il est clair que les élèves d'une même année d'études diffèrent les uns des autres de façon significative en ce qui concerne l'apprentissage des mathématiques. Les enseignants souhaitent que leur enseignement porte ses fruits pour tous leurs élèves. La compréhension des différences et l'enseignement différencié sont des processus importants dans l'atteinte de cet objectif.

Le National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) – une association professionnelle qui a pour mission de favoriser, de décrire et de soutenir le meilleur enseignement et le meilleur apprentissage possible en mathématiques – reconnaît la nécessité de la différenciation. Le premier principe des *Principles and Standards for School Mathematics* du NCTM se lit comme suit : « L'excellence de l'éducation mathématique exige l'équité – des attentes élevées et un soutien solide pour tous les élèves » [traduction] (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 12).

Plus particulièrement, le NCTM reconnaît qu'il est nécessaire de s'adapter aux différences des élèves, en tenant compte tant du fait qu'ils sont plus ou moins prêts à aborder la matière que de leur talent – ou de leur intérêt ou de leur confiance – en mathématiques, afin de s'assurer que chacun apprenne les notions mathématiques importantes. « L'équité ne signifie pas que chaque élève doive recevoir un enseignement identique ; elle exige plutôt que des adaptations raisonnables et appropriées soient mises en œuvre au besoin afin de favoriser l'accès à la matière et la réussite pour tous les élèves » [traduction] (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 12).

LE DÉFI PARTICULIER DE LA 6e ANNÉE À LA 12e ANNÉE

Les enseignants de la 6e année à la 12e année doivent relever un défi encore plus grand que leurs collègues des années d'études précédentes, surtout dans les classes où les élèves n'ont pas été groupés par aptitudes. On a beaucoup de preuves des bienfaits des classes hétérogènes, en particulier pour les élèves qui éprouvent des difficultés ; toutefois, les enseignants de ces classes doivent composer avec des élèves dont le stade de développement mathématique varie beaucoup. Tandis que certains élèves ne maîtrisent pas encore leurs tables de multiplication ou peinent à additionner et à soustraire des nombres décimaux, d'autres peuvent aisément effectuer des raisonnements complexes et résoudre des problèmes comportant des fractions, des nombres décimaux et des pourcentages. Dès la maternelle (jardin) ou la 1re année, les élèves ne possèdent pas le même stade de développement mathématique ; les enseignants de toutes les années d'études doivent faire face à ce problème.

Alors que certains pensent qu'il faudrait répartir les élèves en classes homogènes, bon nombre de personnes estiment que la solution réside plutôt dans l'enseignement différencié en salle de classe hétérogène.

QUE SIGNIFIE « RÉPONDRE AUX BESOINS DES ÉLÈVES » ?

Pour répondre aux besoins des élèves, on peut leur proposer des tâches correspondant à leur propre **zone prochaine de développement*** et s'assurer qu'ils ont l'occasion de contribuer de façon significative à la communauté d'apprentissage que constitue la classe. La *zone prochaine de développement* décrit la « disparité entre [...] [le] niveau présent de développement, qui est déterminé à l'aide des problèmes résolus de manière autonome, et le niveau qu'atteint l'enfant lorsqu'il résout des problèmes non plus tout seul mais en collaboration » (Vygotski, 1997, p. 351).

Enseigner dans la zone prochaine de développement des élèves permet de leur présenter des notions nouvelles liées à leurs connaissances actuelles, ce qui les aide à se les approprier, et ce, tant avec le soutien de l'enseignant qu'en travaillant avec d'autres élèves. Pour utiliser leur temps d'enseignement de façon optimale, les enseignants ne doivent pas aller au-delà de la zone prochaine de développement d'un élève ou lui enseigner un sujet qu'il peut déjà aborder de façon autonome. Même s'il est possible que les autres élèves de la classe fassent des progrès, l'élève qui ne travaille pas dans sa zone prochaine de développement tire rarement profit de l'enseignement.

Par exemple, un enseignant planifie une leçon sur le calcul de la valeur d'un tout lorsqu'un pourcentage donné de ce tout est plus grand que 100 %. Pour ce faire, il pourrait demander aux élèves de déterminer le nombre dont 30 représente 210 %. Il est probable que l'enseignant voudra mettre l'accent sur l'habileté à résoudre une proportion comme la suivante.

$$\frac{210}{100} = \frac{30}{x}$$

* L'usage de l'expression « zone proximale de développement » est aussi très répandu. (N.D.T.)

Cependant, l'objectif le plus essentiel de cette leçon est d'amener les élèves à constater que la résolution d'un problème comportant des pourcentages consiste toujours à déterminer un rapport équivalant à un autre dont le second terme est 100.

La planification de la leçon sera sans doute déterminée par l'aptitude des élèves à travailler algébriquement avec deux fractions – dont l'une contient une variable – et par leur compréhension des pourcentages plus grands que 100 % ; toutefois, l'enseignant pourrait enseigner efficacement une leçon sur les pourcentages à des élèves qui ne possèdent pas ces aptitudes. Il pourrait alors permettre aux élèves moins avancés d'explorer la résolution de problèmes comportant des pourcentages plus petits que 100 % par la détermination de rapports équivalents, et ce, à l'aide de tables de rapports ou d'autres stratégies moins structurées (plutôt qu'avec des proportions explicites), pendant que les élèves plus avancés travaillent avec des pourcentages plus grands que 100 % et des méthodes plus structurées. Avant de demander à un élève de travailler avec des pourcentages plus grands que 100 % et des techniques algébriques, l'enseignant doit avoir le sentiment que leur utilisation fait partie de la zone prochaine de développement de l'élève. Grâce à cet ajustement, l'enseignant différencie la tâche pour la situer dans la zone prochaine de développement de chaque élève.

ÉVALUER LES BESOINS DES ÉLÈVES

Pour enseigner dans la zone prochaine de développement d'un élève, l'enseignant doit d'abord déterminer ce qu'est cette zone. Pour ce faire, il peut s'assurer du stade de développement mathématique d'un élève en combinant des évaluations préalables à sa propre analyse. Par exemple, pour déterminer le stade de développement d'un élève de 8e année en ce qui concerne les pourcentages, un enseignant peut procéder à une évaluation diagnostique afin de déterminer si l'élève considère les pourcentages comme des rapports dont le second terme est 100, s'il met les pourcentages en relation avec des fractions équivalentes ou des nombres décimaux, s'il peut représenter visuellement un pourcentage jusqu'à 100 %, s'il peut expliquer la signification de 150 % et s'il sait qu'il faut déterminer un rapport équivalent pour résoudre un problème comportant des pourcentages.

Il existe des outils, basés sur le continuum décrivant le développement mathématique des élèves (Small, 2008, 2010, 2011, 2012, 2013), qui permettent d'effectuer ce type d'évaluation. Les enseignants peuvent aussi se servir d'outils diagnostiques de leur cru ou conçus dans leur région pour connaître les connaissances préalables des élèves. Avant de tenter de répondre aux besoins de ses élèves, un enseignant doit d'abord déterminer le niveau de compréhension mathématique de chacun d'entre eux.

APPROCHES ET PRINCIPES RELATIFS À L'ENSEIGNEMENT DIFFÉRENCIÉ

Si elle n'est pas nouvelle, l'idée de l'enseignement différencié prend de l'importance depuis quelques années pour les enseignants de mathématiques. De plus en plus, les systèmes d'éducation et les parents s'attendent à ce que l'enseignant connaisse les besoins de chaque élève – qu'il s'agisse d'un élève qui éprouve des difficultés, d'un élève moyen ou d'un élève doué – et qu'il planifie son enseignement en se concentrant sur ceux-ci. Si elles se sont auparavant surtout appliquées aux autres champs d'études, ces attentes sont dorénavant courantes en mathématiques.

On s'entend de façon générale sur le fait que les éléments suivants sont essentiels à l'efficacité de l'enseignement différencié :

- ***Les grandes idées.*** L'enseignement doit être axé sur les **grandes idées** à l'étude afin que chacune soit abordée, peu importe à quel stade (Small, 2009 ; Small et Lin, 2010).
- ***L'évaluation initiale.*** L'évaluation préalable à l'enseignement est indispensable à la détermination des besoins de chaque élève (Gregory et Chapman, 2007 ; Murray et Jorgensen, 2007).
- ***Le choix.*** L'élève doit pouvoir faire des choix en ce qui concerne le contenu, la démarche ou le résultat.

L'enseignement en fonction des grandes idées

Les *Principles and Standards for School Mathematics* du NCTM comportent le principe suivant : « Un programme d'études est plus qu'une combinaison d'activités : il doit être cohérent, axé sur des notions mathématiques importantes et présenté clairement d'une année d'études à l'autre » [traduction] (National Council of Teachers of Mathematics, 2000, p. 14).

Pour être cohérent, un programme d'études doit mettre l'accent sur les interconnexions, ou grandes idées. Les grandes idées représentent les principes fondamentaux ; elles sont les idées qui relient des notions pointues. Par exemple, la notion selon laquelle les nombres repères permettent de donner un sens à d'autres nombres est tout aussi utile à l'élève de 6e année qui tente de placer –22 sur une droite numérique, qu'à l'élève de 8e année qui met π en relation avec le nombre 3,14, ou qu'à l'élève de 10e année qui essaie d'estimer le sinus d'un angle mesurant 50°. Si les élèves d'une classe sont plus ou moins prêts à aborder la matière, cette différence a ordinairement trait aux notions pointues et non aux grandes idées. Ainsi, dans une classe où l'on enseigne l'estimation de la valeur des radicaux, certains élèves ne seront peut-être pas prêts à aborder cette notion précise ; toutefois, ils pourraient tout de même traiter le concept de l'estimation et les raisons de son utilité, mais dans des situations plus simples.

Les grandes idées peuvent constituer un cadre de référence permettant de réfléchir aux « notions mathématiques importantes » et de soutenir l'enseignement reposant sur des normes. Elles s'appliquent à toutes les années d'études. Les grandes idées restent constantes, même si la complexité de leur application peut varier. De nombreux enseignants croient que les exigences du programme d'études les limitent à des objectifs d'apprentissage plutôt restrictifs et ont l'impression que leur enseignement doit se concentrer sur l'atteinte de ces résultats d'apprentissage précis. L'enseignement différencié exige une approche différente, facilitée par l'enseignement en fonction des grandes idées. S'il est impossible de différencier l'enseignement d'une notion trop précise, il est toujours possible de différencier l'enseignement axé sur une idée plus grande.

L'évaluation initiale

Afin de bien planifier son enseignement, l'enseignant doit d'abord connaître les différences entre les stades de développement mathématique de ses élèves. Pour ce faire, il doit déterminer leurs aptitudes et leurs lacunes par la collecte – organisée ou non – de données. De nombreux enseignants ont le sentiment de manquer de temps ou d'outils pour faire régulièrement l'évaluation initiale de leurs élèves ; pourtant, les données ainsi obtenues devraient être le moteur de l'enseignement différencié.

Si l'évaluation initiale est très importante, il n'est pas obligatoire d'utiliser une approche très structurée ou des outils standardisés pour la réaliser. Selon le thème, l'enseignant pourrait utiliser une combinaison de questions orales et écrites ainsi que de tâches en vue de déterminer un point de départ adéquat – ou les étapes suivantes – pour chaque élève. Voici un exemple de situation accompagné des dispositions que l'enseignant pourrait prendre en fonction des réponses des élèves.

L'enseignant soumet la tâche suivante aux élèves.

> L'entreprise de téléavertisseurs Bip-Bip demande 30 $ pour configurer un téléavertisseur, plus des frais mensuels de 7,50 $. L'entreprise de téléavertisseurs Toujours là demande des frais mensuels de 9 $, mais aucuns frais de configuration. Pendant combien de temps devrais-tu posséder un téléavertisseur pour que le forfait de l'entreprise Bip-Bip devienne le plus avantageux ?

Les élèves pourraient aborder la tâche de façons très différentes. En voici quelques exemples :

- Joshua lève immédiatement la main et attend que l'enseignant vienne l'aider.
- Blanche dit que « $30 + 7{,}50 + 9 = 46{,}50$ », donc qu'il faudrait 46,50 mois.
- Madeleine écrit « $y = 30 + 7{,}50x$ et $y = 9x$, donc $9x = 30 + 7{,}5x$, ce qui signifie que $1{,}5x = 30$ et que $x = 30 \div 1{,}5$. Puisque $x = 20$, il faudrait 20 mois. »
- Ludovic commence un tableau comme le suivant, mais oublie d'additionner les termes pour répondre à la question.

Bip-Bip	Toujours là
37,50	9
7,50	9
7,50	9
7,50	9

- Anna construit un tableau approprié et le prolonge jusqu'à ce que le prix demandé par Bip-Bip soit le moins élevé, puis elle compte le nombre d'entrées.

Bip-Bip	Toujours là
37,50	9
45	18
52,50	27
60	36
…	…
180	180
187,50	189

- Loretta conclut que, puisque la différence de prix est de 1,50 $ par mois, il suffit de diviser 30 par 1,50 pour déterminer le nombre de mois nécessaires pour combler le coût supplémentaire du départ. Elle calcule que cette valeur est 20, puis elle indique qu'après 21 mois (si le nombre de mois est un nombre naturel), le forfait de Bip-Bip sera le plus avantageux.

L'enseignant doit réagir différemment à ces approches en fonction de ce qu'il a appris à propos des élèves. Par exemple, il pourrait :

- encourager Joshua à être plus autonome ou lui présenter un problème plus approprié à son stade de développement ;
- aider Blanche à comprendre que la présence de trois nombres dans un problème ne signifie pas qu'on doit forcément les additionner et insister sur l'importance de lire attentivement le problème ;
- féliciter Madeleine pour son approche réfléchie du problème, mais l'amener à voir qu'elle n'a pas encore répondu à la question ;
- demander à Ludovic d'étiqueter les colonnes de son tableau et d'indiquer ce que chacune représente, puis l'inviter à expliquer la façon dont son tableau peut l'aider à résoudre le problème ;
- demander à Anna de réfléchir à une façon d'exploiter son idée sans devoir montrer chaque rangée de son tableau ;
- proposer à Loretta – qui de toute évidence raisonne de façon très complexe – de concevoir une situation différente, dans laquelle le forfait de Bip-Bip ne deviendrait pas le plus avantageux avant, par exemple, 31 mois.

L'enseignant au fait de la progression cognitive et mathématique de ses élèves a un meilleur aperçu de ce dont les groupes d'élèves ont besoin pour leur apprentissage et peut leur présenter une situation qui les mette tous au défi tout en les incitant à prendre des risques et à assumer la responsabilité de leur apprentissage (Karp et Howell, 2004).

Le choix

Peu d'enseignants de mathématiques sont à l'aise avec la notion de choix dévolu à l'élève, sauf en de rares circonstances. Ils craignent que les élèves ne fassent pas les choix « appropriés ».

Toutefois, certains enseignants qui ne se sentent pas à l'aise d'enseigner la leçon principale de façon différenciée sont tout de même disposés à offrir des choix relatifs aux activités de suivi qui permettent aux élèves de s'exercer à employer les idées enseignées. Entre autres stratégies pour différencier les exercices, on a suggéré l'utilisation de menus comportant un éventail de tâches à partir desquels les élèves font des choix ; les leçons à plusieurs niveaux dans lesquelles l'enseignement s'adresse à l'ensemble de la classe, mais où le suivi varie selon les élèves ; les centres d'apprentissage où divers élèves travaillent sur différentes tâches ; ou toute autre approche qui permet aux élèves de faire un choix, habituellement en vue d'atteindre l'objectif principal général de la leçon (Tomlinson, 1999 ; Westphal, 2007).

Par exemple, un enseignant peut présenter à l'ensemble des élèves une leçon sur l'utilisation des lois des exposants pour simplifier des expressions, puis varier le suivi. Certains élèves pourraient n'aborder que des situations simples ; ces tâches pourraient comporter la multiplication simple de paires de nombres possédant la même base, comme $2^5 \times 2^7$. D'autres élèves pourraient travailler sur des situations dans lesquelles plusieurs lois s'appliquent en même temps, comme la simplification de $2^5 \times (2^7)^2 \div 2^5$. Enfin, certains élèves pourraient répondre à des questions encore plus complexes, comme déterminer deux facteurs de 1 million ne comportant aucune puissance de 10 (par exemple, $10^6 = 2^6 \times 5^6$). En utilisant les données obtenues lors de l'évaluation préalable, l'enseignant est bien placé pour offrir aux élèves des choix qui leur conviennent.

DEUX STRATÉGIES ESSENTIELLES POUR L'ENSEIGNEMENT DIFFÉRENCIÉ DES MATHÉMATIQUES : LES QUESTIONS OUVERTES ET LES TÂCHES PARALLÈLES

Il n'est pas réaliste pour un enseignant d'essayer de concevoir 30 itinéraires d'enseignement différents pour 30 élèves, ou même 6 itinéraires pour 6 groupes d'élèves ; pourtant, c'est souvent la perception qu'on a de la solution de rechange à l'enseignement « taille unique ». L'enseignement des mathématiques est donc rarement différencié. Pour différencier efficacement leur enseignement, les enseignants ont besoin de stratégies pratiques qui répondent aux besoins de la majorité de leurs élèves en même temps. Deux stratégies essentielles permettent d'atteindre cet objectif. Ces deux stratégies sont les composantes centrales du présent ouvrage.

- Les **questions ouvertes**
- Les **tâches parallèles**

Les questions ouvertes

L'objectif ultime de l'enseignement différencié est de répondre aux besoins des divers élèves d'une même classe. L'enseignant peut y arriver en concevant une seule question ou tâche, si elle est suffisamment inclusive non seulement parce qu'elle peut être abordée par différents élèves à l'aide de stratégies ou de procédés variés, mais aussi parce qu'elle permet à des élèves de différents stades de développement mathématique d'apprendre et de s'améliorer. Autrement dit, la tâche doit se trouver dans la zone prochaine de développement de toute la classe. De cette manière, chaque élève participe à la discussion d'apprentissage commune et devient un membre précieux et important de sa communauté d'apprentissage. Les élèves qui éprouvent des difficultés sont alors moins susceptibles d'être les apprenants passifs qu'ils sont si souvent (Lovin, Kyger et Allsopp, 2004).

Une question ouverte est construite de telle manière qu'on peut l'aborder et y répondre de plusieurs façons. Par exemple, voici deux questions dont chacune pourrait être posée à toute la classe. De quelle façon les réponses à chaque question pourraient-elles différer ?

> ***Question n° 1 :*** Écris l'équation quadratique $y = 3x^2 - 12x + 17$ sous la forme canonique.
>
> ***Question n° 2 :*** Trace le graphique de $y = 3x^2 - 12x + 17$. Que remarques-tu ?

La question n° 1 est plutôt fermée. Si l'élève ne sait pas ce qu'est la forme canonique, il lui sera impossible de répondre correctement à la question n° 1. Dans le cas de la question n° 2, qui est beaucoup plus ouverte, les élèves tracent simplement le graphique de l'équation et parlent de ce qu'ils y remarquent – que la courbe a un sommet, qu'elle est parabolique, qu'elle est ouverte vers le haut, et ainsi de suite.

Des stratégies pour concevoir des questions ouvertes. Le présent ouvrage propose une panoplie de styles de questions ouvertes. Voici quelques stratégies courantes utiles pour concevoir des questions ouvertes :

- inverser une question ;
- demander d'indiquer des ressemblances et des différences ;
- remplacer un nombre, une figure, une unité de mesure, et ainsi de suite, par un blanc ;
- écrire une phrase.

Inverser une question. Dans la stratégie « d'inversion », plutôt que de poser une question aux élèves, l'enseignant leur fournit une réponse et leur demande de formuler une question. Voici des exemples.

Que représentent 75 % de 20 ?	→	Le nombre 15 correspond à un certain pourcentage d'un nombre. De quel pourcentage et de quel nombre s'agit-il ?
Quelle est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle si ses autres côtés mesurent respectivement 3 unités et 4 unités ?	→	L'un des côtés d'un triangle rectangle mesure 5 unités. De quelle longueur pourraient être ses autres côtés ?

Demander d'indiquer des ressemblances et des différences. L'enseignant choisit deux éléments – deux nombres, deux figures, deux graphiques, deux probabilités, deux mesures, et ainsi de suite – et demande aux élèves d'en indiquer des ressemblances et des différences. Il y aura inévitablement de nombreuses bonnes réponses. Par exemple, l'enseignant pourrait demander quelles sont les ressemblances et les différences entre le nombre $\sqrt{2}$ et le nombre $\sqrt{5}$. Un élève pourrait remarquer que les deux nombres sont irrationnels, qu'ils sont plus petits que 3, qu'ils sont plus grands que 1 et qu'ils constituent des longueurs de côté de carrés dont l'aire est un nombre naturel d'unités.

Remplacer un nombre, une figure, une unité de mesure, et ainsi de suite, par un blanc. On peut concevoir des questions ouvertes en remplaçant un nombre – ou des nombres – par un blanc et en laissant les élèves choisir le nombre – ou les nombres – à utiliser. Par exemple, au lieu de demander aux élèves de calculer l'aire totale d'un cône de 4 cm de rayon et de 15 cm de hauteur, l'enseignant peut les inviter à choisir une longueur de rayon et une hauteur, puis à calculer l'aire totale. On voit bien que, lorsque les élèves peuvent faire leur propre choix, la question peut prendre diverses directions. Plus important encore, puisque les élèves peuvent choisir les valeurs qu'ils utiliseront, leur aptitude à montrer qu'ils comprennent la notion à l'étude n'est pas compromise par des facteurs extérieurs comme la complexité des calculs.

Écrire une phrase. On peut demander aux élèves d'écrire une phrase comportant certains mots et nombres. Par exemple, un enseignant pourrait demander aux élèves d'écrire une phrase comportant le nombre 0,5 ainsi que les mots « sinus », « rationnel » et « amplitude », ou une phrase comportant les mots « arithmétique » et « croissant » ainsi que les nombres 4 et 9. Les enseignants sont souvent surpris par la variété des phrases que les élèves peuvent concevoir. Par exemple, dans le deuxième cas, les élèves pourraient écrire les phrases suivantes et beaucoup d'autres encore :

- Les nombres 4 et 9 peuvent faire partie d'une suite arithmétique croissante.
- Le nombre 85 est le dixième terme d'une suite arithmétique commençant à 4 et croissant par intervalles de 9.
- La croissance d'une suite arithmétique croissant par intervalles de 9 est plus rapide que celle d'une suite croissant par intervalles de 4.

Des astuces pour concevoir des questions ouvertes. Un enseignant peut parfois concevoir une question ouverte à partir d'une question existante – tirée d'un manuel, par exemple. Voici quelques exemples.

Trace le graphique de ce système d'équations linéaires et résous celui-ci. $0{,}5x + 0{,}6y = 5{,}4$ $-x + y = 9$	→	Écris deux équations. Chacune doit comporter les variables x et y. Détermine des valeurs de x et de y qui rendent les deux équations vraies.
Résous m. $\frac{4m}{5} - \frac{1}{2} = \frac{-25}{2}$	→	La solution d'une équation est $m = -15$. L'équation comporte une fraction. Quelle pourrait être l'équation ?
Mathieu a 20 ml d'une solution saline dont la concentration en sel est de 40 %. Quelle quantité de sel devrait-il y ajouter pour obtenir une solution dont la concentration en sel est de 45 % ?	→	Mathieu a 20 ml d'une solution saline dont la concentration en sel est de 40 %. Il veut augmenter ce pourcentage. Détermine le nouveau pourcentage de sel. Indique la quantité de sel qu'il faut ajouter à la solution.

Ce qu'il faut éviter dans une question ouverte. Une question ouverte doit être signifiante sur le plan mathématique. S'il n'y a rien de mal à poser de temps à autre une question comme « Qu'aimes-tu de l'algèbre ? » les questions directement axées sur les grandes idées ou sur les objectifs d'apprentissage ont plus de chances d'aider les élèves à progresser de façon satisfaisante en mathématiques.

Les questions ouvertes doivent être « juste assez » ambiguës. Elles semblent parfois vagues, ce qui peut déranger les élèves au départ ; mais cette imprécision est essentielle afin d'assurer que la question est assez générale pour répondre aux besoins de tous les élèves.

En revanche, il faut éviter de rendre les questions imprécises au point de dissuader la réflexion. Par exemple, on peut comparer une question comme « Qu'est-ce que l'infini ? » avec une question comme « Comment sais-tu qu'il existe un nombre infini de nombres décimaux entre 0 et 1 ? » Dans le premier cas, l'élève ne sait pas si on lui demande une définition, une réponse philosophique ou le symbole ∞. Il ne se sentira probablement pas à l'aise d'aller de l'avant sans directives supplémentaires. La seconde question est elle aussi ambiguë. S'il est possible que certains élèves se demandent s'ils doivent utiliser une démarche particulière, plusieurs d'entre eux se sentiront à l'aise de se mettre au travail en utilisant leurs propres stratégies.

Le rôle de cette légère ambiguïté est de prévoir une marge pour la différenciation, laquelle constitue l'objectif des questions ouvertes. Toute question trop précise risque de cibler un stade de compréhension restreint et d'empêcher les élèves qui ne possèdent pas cette compréhension de s'intéresser à la question et de réussir à y répondre.

Un type différent de discussion de classe. En plus d'enrichir la discussion, les questions ouvertes font en sorte que pratiquement tous les élèves auront quelque chose à y apporter.

Il faut bien noter ici que l'enseignant peut poser la même question à toute la classe, mais que celle-ci est conçue de sorte que les réponses des élèves soient différenciées en fonction de leur compréhension. Tous les élèves peuvent participer pleinement à la discussion au sein de la communauté d'apprentissage qu'est la classe et en tirer profit.

Cette approche diffère de façon marquante de celle qui consiste à poser une question, à repérer les élèves qui ne comprennent pas, puis à poser à ces derniers une question plus simple à laquelle ils peuvent répondre. L'utilisation des questions ouvertes permet aux élèves d'acquérir de l'assurance ; ils peuvent immédiatement répondre à la question de l'enseignant. Sur le plan psychologique, il s'agit d'une situation beaucoup plus positive.

De multiples bienfaits. Les questions ouvertes ont un autre avantage. Pour plusieurs élèves et adultes, les mathématiques constituent une matière difficile et désagréable ; ils les perçoivent comme quelque chose de rigide, en « noir et blanc ». Contrairement aux matières où on encourage les gens à exprimer un point de vue, on voit les mathématiques comme une matière qu'on comprend ou qu'on ne comprend pas. Cette perception des mathématiques dissuade un bon nombre d'élèves d'oser même essayer. À la première hésitation, ils présument qu'ils continueront à trébucher et risquent tout simplement d'abandonner.

Il appartient aux enseignants d'amener les élèves à voir les multiples facettes des mathématiques. Tout concept mathématique peut être abordé à partir d'un éventail de perspectives, qui enrichissent à leur tour l'étude des mathématiques. Les questions ouvertes donnent l'occasion de le démontrer.

Favoriser les discussions de suivi efficaces. Le rôle des discussions de suivi est déterminant pour consolider l'apprentissage et accroître l'assurance des élèves. Par conséquent, les enseignants doivent employer des stratégies qui optimiseront l'efficacité des discussions de suivi afin que les élèves de tous les stades de développement en bénéficient.

Les élèves qui sont les plus susceptibles de fournir des réponses simples devraient être invités à répondre les premiers ; cela contribue à la réussite de l'ensemble des élèves. Ce faisant, l'enseignant accroît les chances que les réponses de ces élèves n'aient pas déjà été données lorsque vient leur tour de répondre.

L'enseignant doit faire comprendre aux élèves qu'il reconnaît la valeur d'une grande variété de réponses – ceux-ci savent pertinemment quand un enseignant « cherche » une réponse en particulier. Par sa conception, une question ouverte possède plusieurs bonnes réponses de même valeur.

L'enseignant doit s'efforcer d'établir des liens entre les réponses des élèves. Par exemple, s'il doit indiquer une ressemblance entre sinus et cosinus, un élève pourrait répondre que les valeurs des fonctions sinus et cosinus sont toutes comprises entre −1 et 1, alors qu'un autre élève pourrait dire que ce sont deux rapports trigonométriques. L'enseignant pourrait alors poser des questions comme les suivantes :

- Pourquoi est-ce que ce sont des rapports ? Quels sont les deux termes ?
- Comment savez-vous que les valeurs sont comprises entre −1 et 1 en regardant les termes du rapport ?
- Dans quelles situations les valeurs sont-elles négatives ?

De telles questions stimulent tous les élèves et guident ceux qui ont besoin d'aide.

Les tâches parallèles

Les tâches parallèles sont des ensembles de tâches – habituellement deux ou trois – conçues pour répondre aux besoins d'élèves de différents stades de développement, mais qui portent sur la même grande idée et dont le contexte est assez semblable pour qu'on en discute en même temps. Autrement dit, la question de suivi qu'un enseignant pose à la classe convient à chaque élève, peu importe la tâche accomplie par celui-ci. Utiliser des tâches parallèles met en œuvre l'idée de Forman (2003) selon laquelle la modification d'une tâche peut engendrer des discussions utiles à propos des notions mathématiques qui sous-tendent une situation. Les tâches parallèles contribuent aussi à transformer la classe en une communauté d'apprentissage dans laquelle tous les élèves peuvent participer à la discussion du thème à l'étude (Murray et Jorgensen, 2007).

Par exemple, supposons qu'un enseignant désire démontrer la grande idée suivante, associée au domaine de la géométrie (tel que décrit par le NCTM) : appliquer des transformations permet d'analyser des situations mathématiques. L'enseignant peut présenter les deux tâches parallèles suivantes.

Tâche 1 : Dessine un triangle ABC dans le deuxième quadrant d'un plan cartésien. Effectue une réflexion de sorte que l'image du triangle se retrouve dans le quatrième quadrant. Décris ton axe de réflexion.

Tâche 2 : Dessine un triangle ABC dans le deuxième quadrant d'un plan cartésien. Effectue une réflexion de sorte que l'image du triangle se retrouve dans le quatrième quadrant. Détermine la matrice qui décrit la transformation.

Ces deux tâches portent principalement sur l'application de transformations pour analyser des situations mathématiques ; toutefois, la ***tâche 1*** convient aux élèves qui ne sont pas encore prêts à travailler avec des matrices. De plus, les tâches vont bien ensemble. En effet, les mêmes questions – comme celles de la page suivante – peuvent servir à la discussion de l'une et l'autre tâche et s'adresser à tous les élèves de la classe.

- Comment savez-vous que vous avez effectué une réflexion ?
- La pente de l'axe de réflexion est-elle positive ou négative ? Pourquoi ?
- Pourquoi pouvez-vous décrire l'image de n'importe quel point avec une seule information (soit l'axe de réflexion ou la matrice) en plus des coordonnées des points ?

Des stratégies pour concevoir des tâches parallèles. Avant de concevoir des tâches parallèles pour traiter une grande idée donnée, il importe de réfléchir aux différentes façons dont les élèves peuvent l'aborder à l'aide des données recueillies lors de l'évaluation initiale. Il peut s'agir de différences quant aux opérations que les élèves peuvent effectuer, à la grandeur des nombres qu'ils peuvent utiliser ou encore, par exemple, aux sens d'une opération qu'ils saisissent.

Une fois ces différences déterminées, l'objectif est d'élaborer diverses tâches dont le contexte est assez semblable pour que les mêmes questions puissent être posées à tous les élèves pendant qu'ils réfléchissent à leur travail. Par exemple, en ce qui concerne la grande idée selon laquelle l'utilisation d'une petite unité nécessite un grand nombre de ces unités, la différence développementale majeure pourrait être le type de conversion de mesures avec lequel les élèves sont à l'aise. Une tâche pourrait cibler des mesures linéaires et une autre, des mesures de surface. Voici un ensemble de tâches parallèles possibles.

Tâche 1 : Quelqu'un dit que l'allée de l'école mesure 4 000 000 mm de longueur. Cette entrée est-elle longue ?

Tâche 2 : Quelqu'un dit que l'aire d'un centre commercial pourrait être de 4 000 000 cm^2. Selon toi, cette mesure est-elle vraisemblable ?

Voici quelques questions de suivi communes :

- Est-il facile d'imaginer la grandeur représentée par la mesure ?
- Pourquoi est-ce utile de penser à la mesure à l'aide d'autres unités ?
- Quelles autres unités avez-vous choisies ? De quelle façon avez-vous converti la mesure à l'aide de ces unités ?
- Comment savez-vous si votre réponse est vraisemblable ?

Il est souvent possible de concevoir un ensemble de tâches parallèles en choisissant une tâche dans une ressource pratique (par exemple, un manuel), puis en trouvant un moyen de l'adapter à un autre stade de développement. On offre ensuite simultanément les deux tâches aux élèves.

Tâche initiale (par exemple, tirée d'un manuel) :

Lors de l'élection à l'école, 486 élèves ont voté. Ce nombre représente environ 53 % de la population étudiante. Combien d'élèves y a-t-il dans l'école ?

Tâche parallèle :

Lors de l'élection à l'école, 486 élèves ont voté. Ce nombre représente environ 60 % de la population étudiante. Combien d'élèves y a-t-il dans l'école ?

Voici quelques questions de suivi communes :

- Comment savez-vous qu'il y a plus de 500 élèves ?
- Comment savez-vous qu'il y a moins de 1000 élèves ?
- Pourquoi pourrait-on effectuer une division pour répondre à la question ? Quelle serait la division ?
- Comment pourriez-vous estimer votre réponse ?
- Quelle relation y a-t-il entre cette question et la recherche de rapports équivalents ou de fractions équivalentes ?
- Combien d'élèves y a-t-il dans l'école ? Comment avez-vous déterminé ce nombre ?

Favoriser les discussions de suivi efficaces. Le rôle des discussions de suivi et les techniques pour les favoriser reflètent ceux des questions ouvertes. Encore une fois, il est essentiel que l'enseignant fasse comprendre aux élèves qu'il accorde la même valeur à toutes les tâches en les présentant de sorte que des questions communes conviennent à chacune. Les élèves doivent se rendre compte que l'enseignant porte le même intérêt aux réponses de tous les groupes d'élèves, peu importe la tâche choisie. L'enseignant devrait éviter d'inviter les élèves à répondre en deux – ou trois – étapes distinctes, c'est-à-dire de discuter d'abord avec les élèves qui ont effectué une tâche, puis de discuter avec ceux qui en ont effectué une autre. Chaque question devrait s'adresser à l'ensemble des élèves. Si ceux-ci souhaitent dévoiler la tâche qu'ils ont choisie, ils sont libres de le faire, mais il est préférable que l'enseignant ne demande pas cette information au début de la discussion.

Enjeux relatifs à la gestion du choix. Certains enseignants craignent que, devant des tâches de deux degrés de difficulté, certains élèves choisissent la « mauvaise » tâche. En effet, il peut parfois être approprié d'orienter un élève vers une tâche : il s'agit simplement d'assigner une tâche particulière à chaque élève. Il est cependant important, parfois – et même la plupart du temps –, de laisser les élèves faire leur choix ; cela favorise beaucoup l'autonomie.

Les élèves qui éprouvent de la difficulté avec un concept et qui choisissent une tâche au-delà de leurs aptitudes s'en apercevront rapidement et passeront à l'autre possibilité. Savoir qu'ils peuvent choisir leur tâche devrait réduire leur frustration s'ils éprouvent de la difficulté au départ. En revanche, des élèves pourraient aussi découvrir qu'ils sont capables d'effectuer une tâche plus difficile que ce qu'ils croyaient pouvoir faire au départ. Il s'agirait alors d'une expérience très positive.

Les élèves qui choisissent constamment des tâches en deçà de leurs aptitudes devraient simplement effectuer la tâche choisie. Puis, une fois la tâche terminée, l'enseignant peut les encourager en privé à essayer aussi l'autre tâche.

De la théorie à la pratique

Le modèle pratique que constitue le formulaire des deux pages suivantes peut servir à la conception de matériel personnalisé favorisant l'enseignement différencié des mathématiques. Dans ces exemples, l'enseignant a élaboré un plan pour différencier son enseignement de l'algèbre. L'appendice du présent ouvrage contient un formulaire vierge.

MES QUESTIONS ET MES TÂCHES

Objectif de la leçon : La résolution d'un système d'équations linéaires

Année d'études : 9e

Notions à l'étude :

Comprendre et mettre en application les concepts et les procédures de l'algèbre.

Grande idée sous-jacente :

Une même régularité ou généralisation peut être représentée d'une variété de manières équivalentes. Chacune de ces représentations peut permettre de mieux en comprendre certaines caractéristiques.

Question ouverte :

La solution d'un système d'équations linéaires est $x = 5$ et $y = 2$.
Quelles pourraient être les équations ?

Tâches parallèles :

Tâche 1 :

Résous x et y.

$$2x + y = 17$$
$$2x - y = 15$$

Tâche 2 :

Résous x et y.

$$2{,}5x - 3{,}5y = -0{,}75$$
$$-4x + 1{,}7y = -22{,}2$$

Principes fondamentaux :

- Toute question ouverte doit admettre de bonnes réponses correspondant à divers stades de développement.
- Les variantes que comportent les tâches parallèles doivent favoriser la réussite des élèves qui éprouvent des difficultés et stimuler les élèves compétents.
- La façon dont les questions et les tâches sont élaborées doit permettre à tous les élèves de participer aux discussions de suivi.

MES QUESTIONS ET MES TÂCHES

Objectif de la leçon : La détermination des longueurs de côté d'espaces triangulaires à l'aide de dessins à l'échelle

Année d'études : 8e

Notions à l'étude :

Représenter des situations authentiques à l'aide de rapports et de proportions.

Grande idée sous-jacente :

On peut parfois obtenir de l'information sur les mesures d'une figure à partir des mesures d'une autre figure.

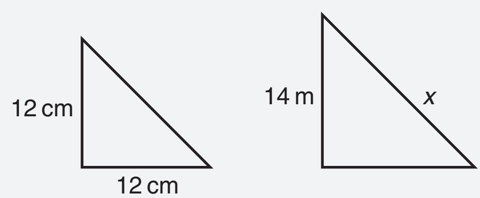
Question ouverte :

On a dessiné un triangle rectangle pour représenter un terrain triangulaire. L'un des côtés de ce dessin à l'échelle mesure 12 cm. L'un des côtés du terrain mesure 18 m. De quelle longueur pourraient être les autres côtés du terrain triangulaire ?

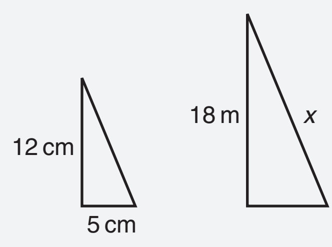
Tâches parallèles :

Le triangle rectangle de gauche constitue un dessin à l'échelle d'un terrain triangulaire. Quelle est la longueur de x?

Tâche 1 :



Tâche 2 :



Principes fondamentaux :

- Toute question ouverte doit admettre de bonnes réponses correspondant à divers stades de développement.
- Les variantes que comportent les tâches parallèles doivent favoriser la réussite des élèves qui éprouvent des difficultés et stimuler les élèves compétents.
- La façon dont les questions et les tâches sont élaborées doit permettre à tous les élèves de participer aux discussions de suivi.

Il importe de garder à l'esprit les principes fondamentaux suivants lors de l'élaboration de nouvelles questions et de nouvelles tâches :

- Toute question ouverte doit admettre de bonnes réponses correspondant à divers stades de développement.
- Les variantes que comportent les tâches parallèles doivent favoriser la réussite des élèves qui éprouvent des difficultés et stimuler les élèves compétents.
- La façon dont les questions et les tâches sont élaborées doit permettre à tous les élèves de participer aux discussions de suivi.

Au début, les enseignants ne trouveront probablement pas facile d'intégrer les stratégies essentielles que sont les questions ouvertes et les tâches parallèles à leur enseignement de tous les jours. Quand ils auront mis à l'essai les exemples fournis dans les cinq chapitres suivants et conçu leurs propres questions et tâches, cependant, ils s'apercevront que ces stratégies deviennent vite une seconde nature. De plus, ils verront leurs efforts récompensés par les effets très positifs de la différenciation : une meilleure participation et de grands progrès dans l'apprentissage, et ce, pour tous les élèves.

CRÉER UNE COMMUNAUTÉ D'APPRENTISSAGE AXÉE SUR LA COMMUNICATION MATHÉMATIQUE

Cet ouvrage suggère de nombreuses façons de différencier l'enseignement. Leur succès repose sur un climat de classe où les discussions mathématiques sont la norme, où l'on encourage et valorise la diversité des démarches des élèves, et où ceux-ci se sentent libres de prendre des risques. L'enseignant ne peut pas savoir ce qu'un élève comprend ou ne comprend pas si celui-ci ne participe pas à la discussion mathématique. Par conséquent, il ne saura pas quelles étapes suivre pour s'assurer de répondre aux besoins de cet élève.

Certains enseignants seront nerveux à l'idée d'offrir des choix ou de poser des questions ouvertes. Ils pourraient craindre que les élèves fassent fausse route, qu'ils se sentent mal à l'aise s'ils ne saisissent pas parfaitement ce qu'on attend d'eux ou qu'ils soulèvent une idée avec laquelle l'enseignant n'est pas familier, le laissant incertain quant à la façon de procéder. Toutes ces inquiétudes sont normales.

Au départ, les élèves qui sont habitués à un environnement d'apprentissage hautement structuré pourraient être déconcertés par les questions ouvertes ou les possibilités de tâches. Toutefois, lorsqu'ils auront constaté que l'enseignant leur permet de suivre des voies différentes et qu'il accepte toutes les contributions sensées – qu'elles soient « correctes » ou non –, ils s'habitueront au changement et seront reconnaissants d'avoir la possibilité de participer davantage. Pour leur part, les enseignants trouveront à la fois surprenant et gratifiant de voir à quel point les élèves relèvent le défi de participer aux discussions mathématiques, clarifient des commentaires vagues faits par d'autres élèves ou aident les enseignants à récupérer des suggestions faites par la classe.